Библиотека Гешен

Г. БЕККЕР

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ЧЕРЧЕНИЕ

Переработано Проф. И. ФОНДЕРЛИНН

С 290 чертежами и 23 таблицами



ИЗДАТЕЛЬСТВО
„НАУКА И ЖИЗНЬ“

Русское издание „БИБЛИОТЕКИ ГЕШЕН“

Г. БЕККЕР

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ЧЕРЧЕНИЕ

Переработано Проф. И. ФОНДЕРЛИНН

С 290 чертежами и 23 таблицами

Авторизованный перевод с последнего немецкого издания
Инженера А. И. КОСМОДЕМЬЯНСКОГО

Третье русское издание



КНИГОИЗДАТЕЛЬСТВО
„НАУКА И ЖИЗНЬ“
БЕРЛИН—РИГА

Типография К. Г. РЕДЕРА, общ. с огр. отв. в ЛЕЙПЦИГЕ

Оглавление.

	Стр.
Введение	5
I. Простые построения из прямых линий и кругов	12
Задачи на построение касательной к одному и нескольким кругам	12
Несколько задач на касание кругов	21
Деление прямой линии на части	22
Построение прямолинейных фигур	24
Построение треугольника	24
Построение четыреугольника	26
Построение правильных многоугольников	42
Построение правильного многоугольника по данной стороне	47
Деления круга	50
II. Построение конических сечений, эллипса, параболы, гиперболы	55
Построение эллипса	55
Построение эллипса по сопряженным диаметрам	59
Построение эллипса с помощью сетки	60
Построение главных осей эллипса по сопряженным диаметрам	60
Построение параболы	61
Построение гиперболы	64
Построение касательной к коническому сечению, из точки, лежащей вне его	66
III. Некоторые свойства конических сечений, которые важны для чертежника: полюс, поляра, теоремы Паскаля и Брианшона	67
Несколько задач на построение конических сечений	70
IV. Построение коробовой кривой и овоидального сечения	73
Построение коробовой кривой	73
Построение овоидального сечения	75

Стр.

V. Применение круга к определенным очертаниям сводов 77

VI. Построение циклических или разверточных кривых, включая главнейшие спирали . . . 84

VII. Построение некоторых других спиральных линий 90

VIII. Построение конхоиды 94

IX. Построение циссоиды 97

X. Построение нескольких овалов (овоидальных профилей) 97

XI. Сочетания из прямых и кривых линий в геометрических орнаментах 102

XII. Построение масштабов 124

XIII. Уменьшение и увеличение фигур 126

Введение.

Предметом геометрического черчения является исполнение и применение геометрических построений. Геометрия и черчение находятся между собой в определенной связи; черчение требует знакомства с известными геометрическими истинами и теоремами.

Задача геометрического черчения заключается в представлении геометрических изображений на основе некоторых свойств последних.

Главными геометрическими изображениями являются точки, линии, которые могут быть, как прямыми, так и кривыми, также фигуры, ограниченные прямыми или кривыми линиями, или теми и другими вместе.

Линия образуется от движения точки; если движение сохраняет все время свое направление, то создается прямая линия, если же направление движения непрерывно меняется, то в результате движения получается кривая линия или просто кривая (см. черт. 1). Если при этом соединить две следующие точки непосредственно друг за другом, то от соединения мы получим прямую линию, которая называется касательной к кривой. Она имеет с кривой две общие бесконечно-близкие точки, которые сливаются на чертеже в одну точку касания касательной с кривой. Если движущаяся точка проходит через одну и ту же точку плоскости больше одного раза, то образуется двойная (см. черт. 2 и 3) или многократная точка (см. черт. 4).

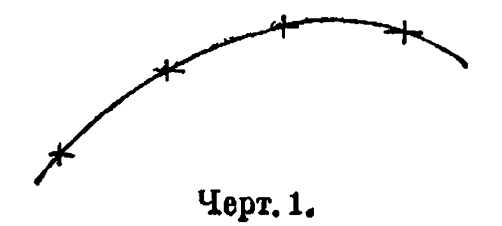
Если движущаяся точка останавливается в своем движении и меняет затем направление движения на обратное, то получается возвратная точка, которая может быть двух видов: в виде острия (см. черт. 6) или в виде клюва (см. черт. 7).

Прямая линия определяется вполне двумя точками; т. е., через две точки можно провести одну единственную прямую линию. Если мы имеем две прямые линии, то они могут проходить через одну общую точку, т. е. пересекаться (см. черт. 8); они образуют при этом четыре угла α, β, α', β', из которых два лежащих рядом, напр., α и β, называются смежными углами; два угла, обращенные друг к другу вершинами, как α, α' и β; β', называются вертикальными углами.

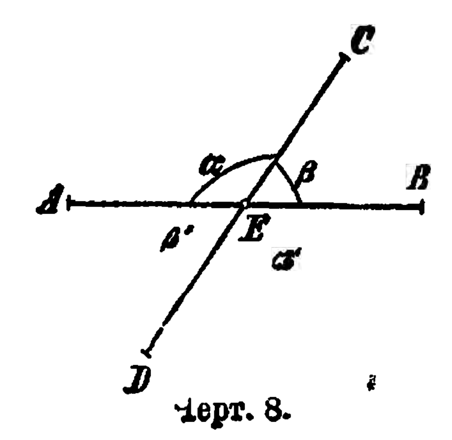
Если два смежных угла, как α и β (см. черт. 9), между собою равны, то прямые AB и CD расположены друг к другу перпендикулярно. Все четыре угла α, β, α', β' в этом случае равны между собою, и каждый из них называется „прямым углом“. Прямой угол делится на 90 равных частей, и каждая такая часть называется градусом (^{0}). Каждый градус можно разделить снова на 60 частей; каждая такая часть называется минутой ($'$), кроме того, каждая минута делится на 60 секунд ($''$). Таким образом прямой угол есть угол в 90 градусов (90^0). Угол, меньший 90^0, называется острым; если же угол больше 90^0, то он называется тупым; прямая линия образует угол в 180^0 или развернутый угол.

Прямые ограничивающие угол, называются его сторонами. У двух вертикальных углов стороны одного угла переходят в продолжение сторон другого угла.

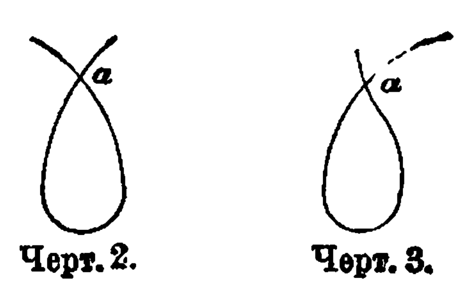
Если угол между двумя прямыми, непрерывно уменьшается, то прямые становятся в конце концов парал-



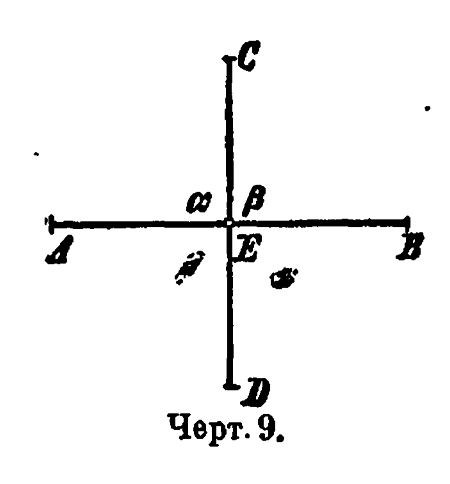
Черт. 1.



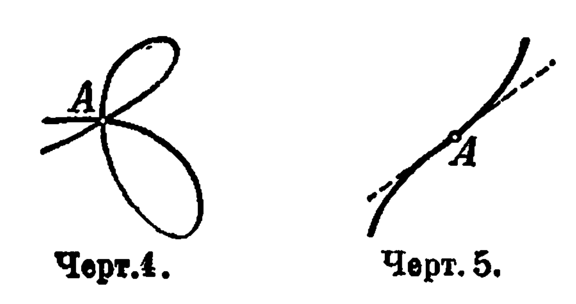
Черт. 8.



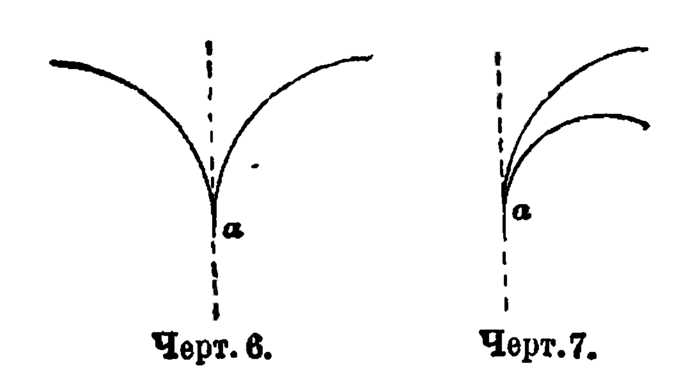
Черт. 2. Черт. 3.



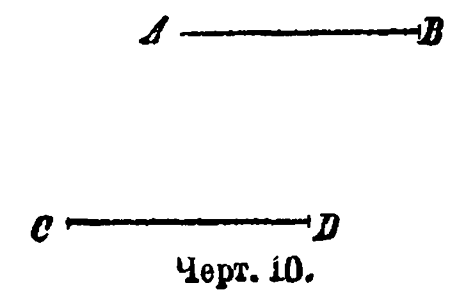
Черт. 9.



Черт. 4. Черт. 5.



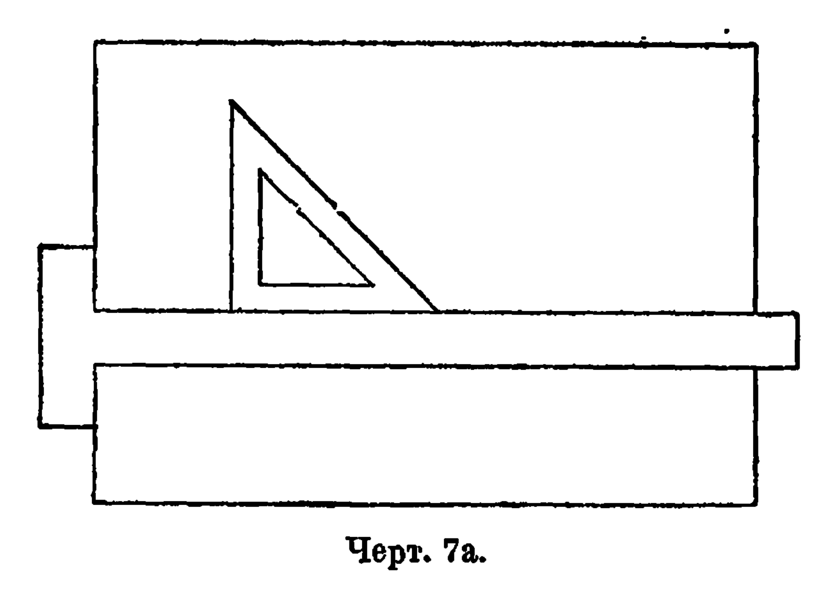
Черт. 6. Черт. 7.



Черт. 10.

лельными друг к другу (см. черт. 10). В этом случае говорят, что прямые пересекаются в бесконечно удаленной точке.

Примечание. Для черчения прямых линий служит рейсшина, или чертежные треугольники. Бумагу для черчения принято укреплять на чертежной доске посредством кнопок, или же с помощью клея. Горизонтальные линии вычерчиваются обыкновенно, как параллельные верхнему или нижнему краю доски; тогда



Черт. 7а.

линии, параллельные левому и правому краю доски, принимаются за вертикальные.

При черчении горизонтальных линий, неподвижная голова рейсшины прикладывается только к левой стороне чертежной доски, при этом вертикальные линии вычерчиваются с помощью треугольника таким образом, что один катет треугольника прилегает к рейсшине, которая должна быть прижата к левому боку чертежной доски (см. черт. 7а).

Все линии проводятся всегда по обращенной к свету стороне линейки или угольника, медленно и равномерно, но за один прием штриха, причем карандаш или рейсфедер следует держать отвесно.

При прочерчивании отрезков прямой линии, рейсфедер держат тремя первыми пальцами прàвой руки; как только отрезок прочерчен, рейсфедер берется за головку и острие его слегка нажимается на бумагу.

При обводе кругов с помощью циркуля, стороны последнего должны быть на столько раскрыты, чтобы сторона, служащая рейсфедером, стояла на бумаге отвесно. Круги обводятся всегда слева направо. Все приборы следует содержать в наилучшем состоянии. Нельзя работать тупым карандашом или тупым рейсфедером! Следует приучить себя к тому, чтобы все вспомогательные приспособления были под рукою в определенном порядке. Время от времени нужно просматривать уже начерченное для того, чтобы гарантировать себя от ошибок.

Нужно различать:

сплошные линии: ____________

мелкий пунктир: ....

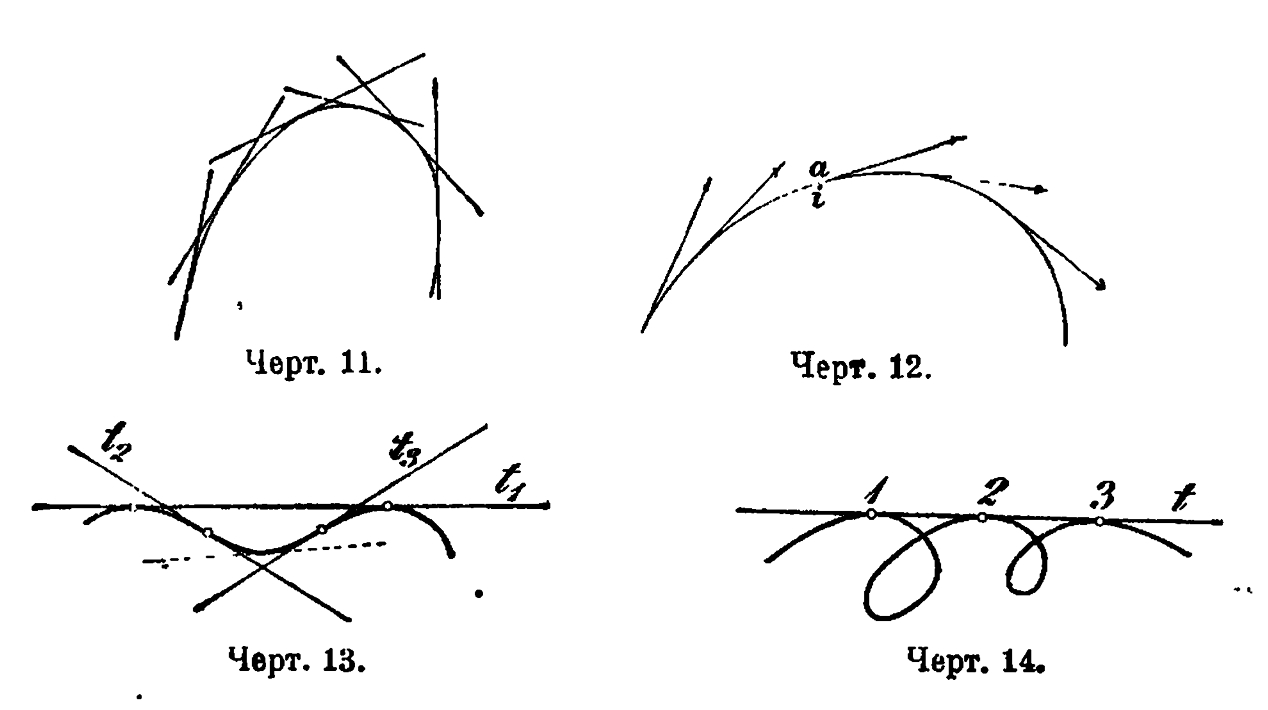
удлиненный пунктир: — — — — — — —

пунктир из линий и точек: —.—.—.—.—

Кривая может быть произведена движением прямой линии (см. черт. 11 и 12); отдельные положения движущейся прямой образуют тогда касательные к кривой, т. е. они об'емлют кривую. Каждые два последовательных положения движущейся прямой дают на пересечении их одну точку кривой.

Если движущаяся прямая занимает одно и то же положение в плоскости более одного раза, то получается двойная касательная (см. черт. 13), или многократная касательная (см. черт. 14).

Если движущаяся прямая останавливается в своем движении и потом меняет направление движения на обратное, то получается возвратная касательная к кривой (см. касательную t_2 или t_3 на черт. 13); ее точка касания к кривой называется точкой перегиба (см. черт. 5 и 13, на последнем чертеже t_2 и t_3 суть возвратные касательные).



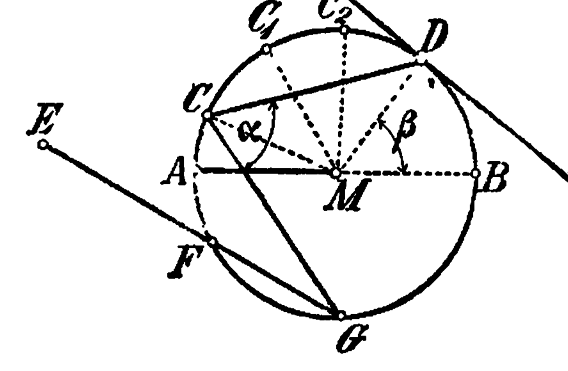
Черт. 11. Черт. 12.

Черт. 13. Черт. 14.

Замечательной кривой является окружность (см. черт. 15); она образуется, если ограниченная прямая линия MA, оставаясь неподвижной на одном из своих концов M, вращается около этой точки. Путь другого конца прямой A будет окружностью. Неподвижная точка называется центром, а подвижный отрезок прямой — радиусом окружности. Окружность имеет бесчисленное множество равных по величине радиусов; все точки окружности (круга) одинаково удалены от центра. Два радиуса, лежащих на одной прямой, составляют диаметр круга AB. Линия CD, соединяющая две произвольных точки, называется хордою круга; если точки C и D приближаются бесконечно близко друг

к другу, то хорда переходит в касательную t к кругу. Она касается круга в точке D — точке касания.

Точка касания представляет, собственно, две следующие друг за другом бесконечно близкие точки. Радиус, проведенный в точку касания, перпендикулярен к касательной. Если провести линию из точки, лежащей вне круга, по направлению к последнему, то она встречает окружность в двух точках и называется секущей круга.



Черт. 15.

Две хорды CD и CG образуют при C вписанный угол α, два радиуса MD и MB составляют в M центральный угол β. Хорда (напр., CD) делит площадь круга на два круговых сегмента (CC_1D и CGD); два радиуса ограничивают часть круга, называемую сектором. Линии на плоскости ограничивают определенную часть ее и образуют фигуру. Если все линии прямые, то мы получаем угловатые фигуры, напр. — треугольник, четыреугольник, многоугольник; если же фигуры ограничены кривыми, то получаются криволинейные фигуры. Если границы фигуры состоят из прямых и кривых линий, то они образуют смешанные фигуры; угловатые фигуры называются правильными, если все углы и стороны их между собою равны.

I. Простые построения посредством прямых линий и круга.

Задача 1. В точке C прямой линии AB (см. черт. 16) требуется провести к последней перпендикуляр.

Решение. Отложим от C на AB два равных отрезка $CA = CB$ и опишем вокруг A и B произвольным радиусом дуги, которые пересекаются в D. Точка D есть точка искомого перпендикуляра.

Задача 2. Опустить из точки C перпендикуляр на прямую AB (см. черт. 17).

Решение. Опишем вокруг C произвольным радиусом дугу, которая пересечет AB в D и E; две дуги, описанные вокруг центров D и E одним и тем же радиусом, дают точку F на искомом перпендикуляре.

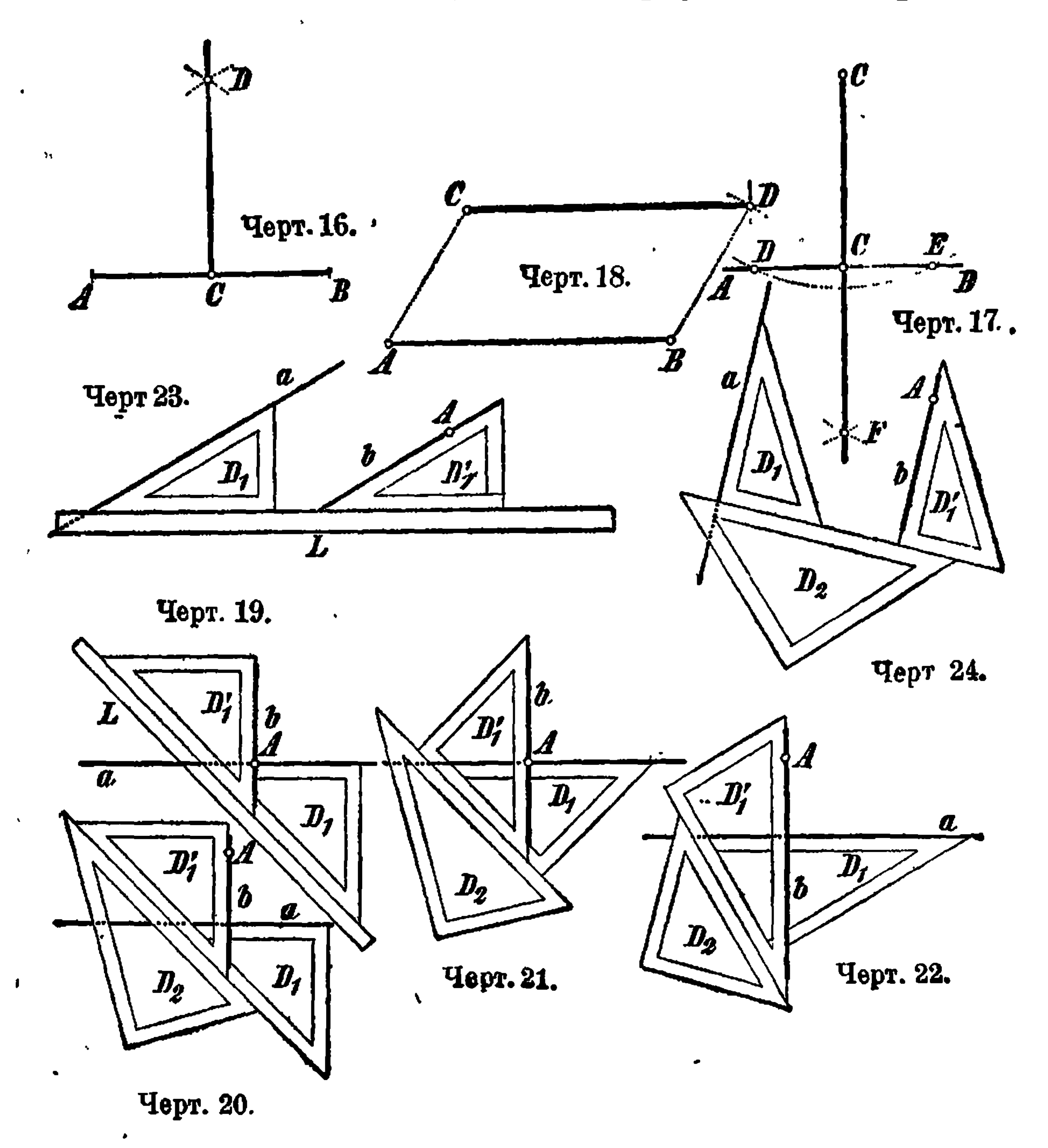
Задача 3. Провести через точку C линию, параллельную прямой AB (см. черт. 18).

Решение. Дуга окружности, описанной из центра C радиусом AB, пересекает дугу, описанную из B равным AC радиусом, в точке D, лежащей на искомой параллели.

Примечание. Механическое решение предложенных трех задач.

Возведение и опускание перпендикуляра, а также и проведение линии, параллельной к заданной прямой, исполняется чертежником обыкновенно не приведенными выше геометрическими способами, а просто

механически с помощью чертежных инструментов — рейсшины и треугольника. Если требуется, напр., в точке A (см. черт. 19) провести перпендикуляр к линии a, то прикладывают чертежный треугольник D_1 одним



Черт. 16.

Черт. 17.

Черт. 18.

Черт. 19.

Черт. 20.

Черт. 21.

Черт. 22.

Черт. 23.

Черт. 24.

из его катетов к линии a, рейсшину же L, подводят к гипотенузе треугольника D_1. Затем D_1 передвигается вдоль линейки h до тех пор, пока второй катет угольника D_1 не пройдет через точку A, т. е., D_1 принимает

положение D'_1. Этот второй катет D'_1 и дает положение искомого перпендикуляра b, проходящего через A.

Подобным же образом производится опускание перпендикуляра. Треугольник D_1 (см. черт. 20) подводится катетом к линии a, на которую должен быть опущен перпендикуляр из точки A. Вторая линейка, или треугольник D_2, подводится к гипотенузе угольника D_1 и остается неподвижной. Потом D_1 передвигается вдоль D_2 до тех пор, пока другой катет D_1 не будет проходить через A.

Возведение и опускание перпендикуляра на заданную линию можно провести механически еще другим приемом. Приложим к линии a (см. черт. 21 и 22) гипотенузу треугольника D_1 и к его катету второй треугольник D_2. Потом оставляем D_2 лежать неподвижно; перекладываем треугольник D_1 другим катетом к D_2 и передвигаем D_1 вдоль D_2 до положения D'_1, когда гипотенуза D'_1 пройдет через A.

Проведение параллели через данную точку A к прямой a (см. черт. 23 и 24) производится следующим образом. Мы прикладываем треугольник D_1 гипотенузой (см. черт. 23) или катетом (см. черт. 24) к линии a. К треугольнику D_1 подводим линейку L (рейсшину) (черт. 23), или второй треугольник D_2 (черт. 24), и передвигаем вдоль L, или D_2, треугольник D_1 до тех пор, пока гипотенуза или же катет D_1, который прилегал к a, не пройдет через A; затем проводим линию b.

Задача 4. Разделить пополам данный отрезок прямой DE (см. черт. 17).

Решение. Описываем вокруг точек D и E, служащих центрами, одним и тем же радиусом произвольной величины, дуги круга, которые пересекаются в C и F. Соединительная прямая CF делит пополам отрезок DE

и стоит к нему перпендикулярно. Она называется средним перпендикуляром (восставленным на середине перпендикуляром) к DE.

Задача 5. Провести окружность через три вершины треугольника ABC (см. черт. 25).

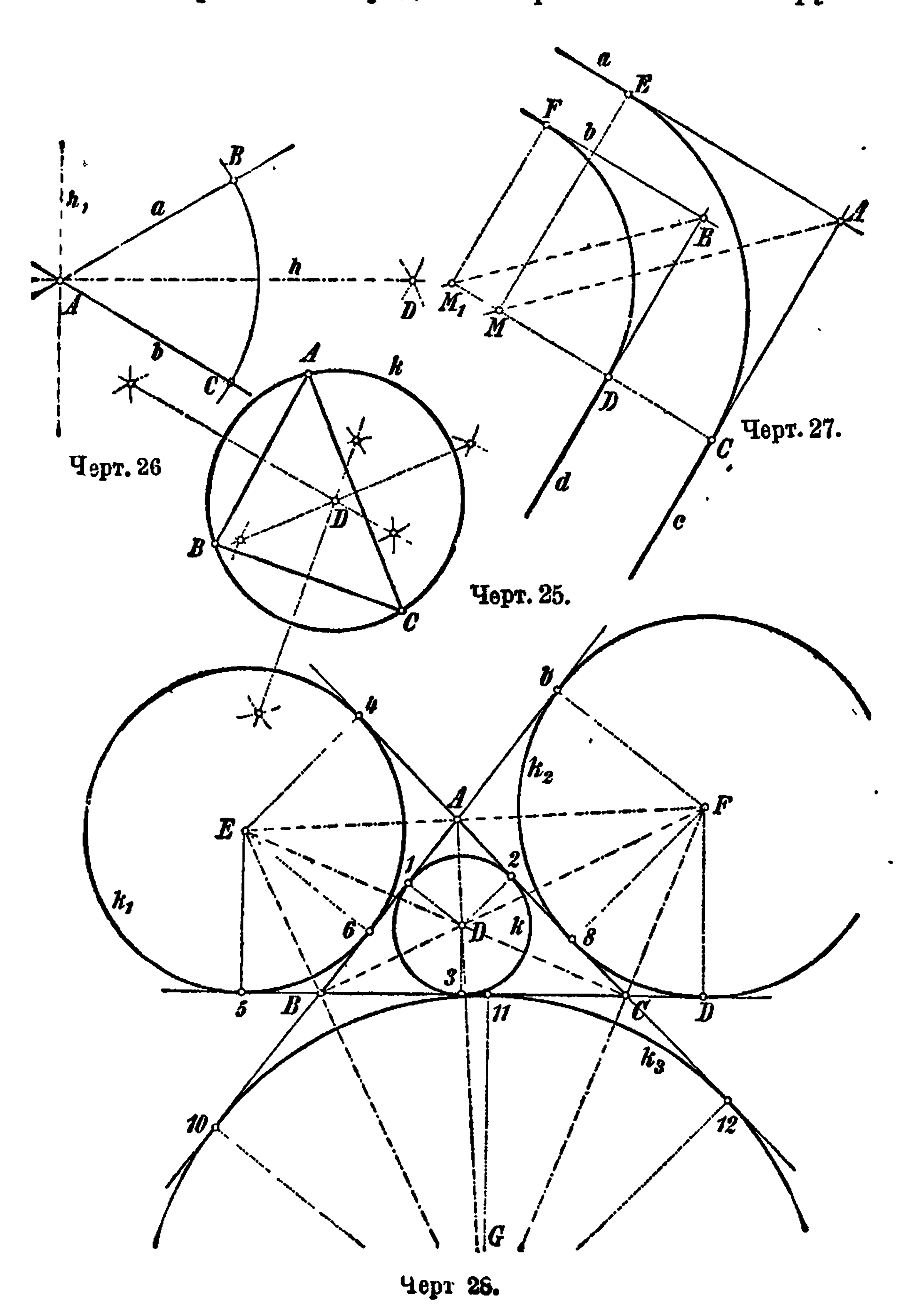
Решение. Построим на трех сторонах AB, BC и CA средние перпендикуляры, которые пересекаются в центре D искомой окружности.

Задача 6. Разделить угол, образованный двумя прямыми, пополам.

Решение. Опишем вокруг центра A (см. черт. 26) произвольным радиусом дугу круга; затем вокруг точек C и B так же и тем же радиусом, или каким-либо другим, описываем дуги, которые пересекаются в точке D биссектрисы угла h. Перпендикуляр h_1 к h делит угол, смежный с BAC, пополам.

Приложения задачи 6. Решение предыдущей задачи находит многостороннее практическое применение. Возьмем один случай: пусть требуется, соединить между собою две дороги (см. черт. 27) неравной ширины при помощи закругления, взятого по дуге круга. Продолжим границы дорог a, c и b, d до пересечения в A и B и разделим пополам углы, образованные линиями a, c и b, d. Если принять начало закруглений на перпендикуляре CD к c или d, то центры M и M_1 закруглений по дуге круга определяются на пересечении его с обоими равноделящими углов.

Вписать круг в треугольник ABC (см. черт. 28). Центр круга есть точка пересечения линий, делящих пополам углы треугольника. Если взять также равноделящие смежных углов треугольника, то получаются четыре круга, из которых каждый касается трех сторон треугольника. Один из этих кругов вписан в треуголь-



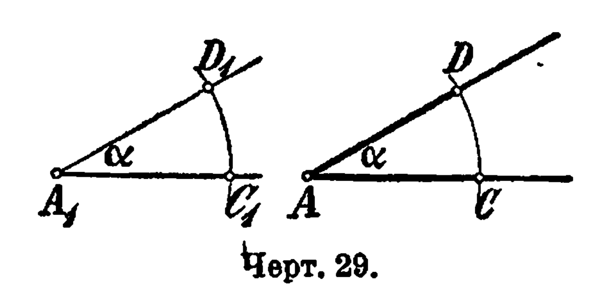
a
E
F
b
B
A
M₁
M
D
C
d
c
h₁
a
h
D
A
b
C
k
B
Черт. 26
Черт. 27.
Черт. 25.
b
4
k₂
A
E
F
1
2
k₁
6
D
k
8
3
5
B
11
C
D
k₃
10
12
G

Черт 28.

ник, т. е. точки касания его со сторонами треугольника лежат на сторонах AB, AC и BC; каждый из остальных трех кругов касается непосредственно только одной стороны треугольника, а двух других сторон на их продолжении за вершины треугольника.

Задача 7. На данной прямой при точке A требуется построить угол α данной величины.

Решение. Опишем вокруг A и A_1 одним и тем же радиусом произвольной величины круговые дуги, перенесем хорду C_1D_1 в CD и проведем линию AD, которая составит с AC угол α.



Черт. 29.

Задача 8. Из точки, лежащей вне круга, провести к кругу касательную.

Решение. Если бы данная точка лежала на самой окружности, то следовало бы только провести к ней радиус и к радиусу — перпендикуляр, который и был бы искомой касательной.

Если же точка A (см. черт. 30) находится вне круга k, то чертим на AM, как на диаметре, круг k_1, который и пересекает k в точках касания B и C искомых касательных. Касательных может быть две. Когда точка A находится от круга бесконечно далеко, то она может быть заменена прямой g (см. черт. 31), параллельно которой требуется и провести касательные к кругу. В этом случае из центра M круга k опускается перпендикуляр на g, который определяет на k точки касания A и B искомых касательных.

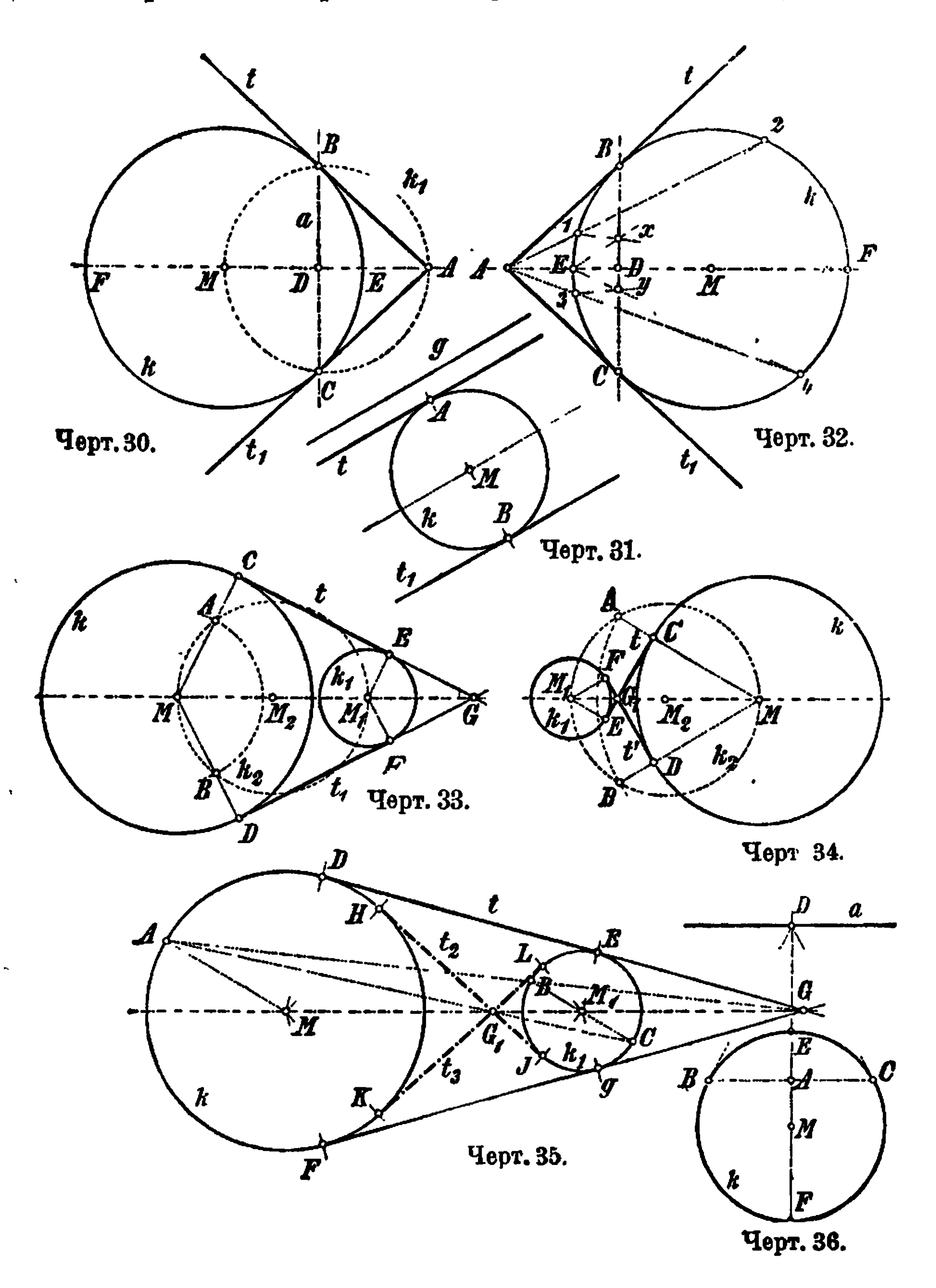
На черт. 32 дано чисто линейное построение касательной через точку A к кругу k. Проводим через A три произвольных секущих круга k, которые встречают

окружность в точках *1*, *2*, *3*, *4* и E, F. Линии соединения $1F$, $2E$, $3F$, $4E$ дают две точки пересечения x и y, а линия, соединяющая последние, определяет точки касания B и C искомых касательных. В геометрии линия xy называется полярой точки A относительно круга k, точка A — полюсом поляры xy. Примените указанное построение к случаю, когда касательные должны быть параллельны прямой g.

Задача 9. Провести к двум заданным кругам все возможные общие касательные.

Решение. Опишем на MM_1 (см. черт. 33), как на диаметре, круг k_2 и вокруг M радиусом, равным разности радиусов заданных кругов, дугу AB, которая пересекает k_2 в A и B. Соединительные линии MA и MB встречают k в точках касания C и D искомых касательных, которые нужно провести параллельно M_1A и M_1B. Вышеуказанное построение дает две касательные, которые касаются кругов k и k_1 с внешней стороны. Если пересечь окружность k_2 окружностью, радиус которой равен сумме радиусов кругов k и k_1, то (см. черт. 34) получатся точки A и B, а соединительные линии MA и MB дадут точки касания C и D возможных касательных, которые следует провести параллельно M_1A и M_1B. К двум кругам можно провести не более четырех касательных, из которых две с внешней стороны и две с внутренней.

Решение II. Общие касательные к двум кругам пересекают линию, соединяющую их центры — линию центров — в двух точках G и G_1 (см. черт. 35), которые называются центрами подобия кругов. G есть внешний, G_1 — внутренний центр подобия. Если провести в обоих кругах параллельные радиусы MA и M_1B или M_1C, то соединительные линии AB и AC определяют



Черт. 30.

Черт. 31.

Черт. 32.

Черт. 33.

Черт 34.

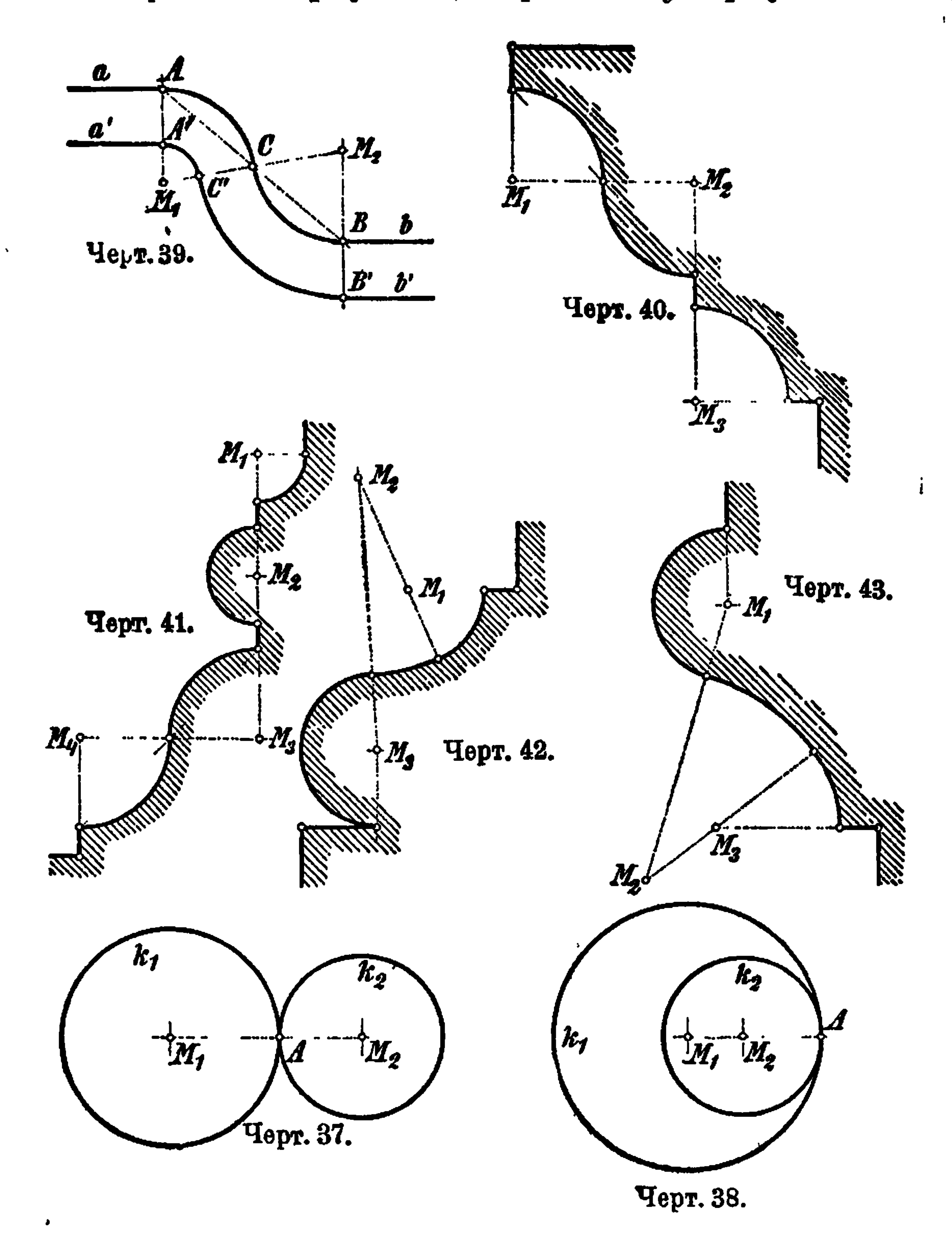
Черт. 35.

Черт. 36.

на линии центров MM_1 центры подобия G и G_1; через G и G_1 проходят тогда возможные касательные.

Примечание. На черт. 36 показано построение по-

ляры для полюса A, лежащего внутри круга. Проводим через A хорду BC, перпендикулярную к MA,



Черт. 39.

Черт. 40.

Черт. 41.

Черт. 42.

Черт. 43.

Черт. 37.

Черт. 38.

и строим в B и C касательные к кругу, которые пересекаются в D. Через D проходит поляра a перпендикулярно к MD.

Несколько задач на касание кругов.

Два круга касаются друг друга снаружи (см. черт. 37), если линия центров их равна по длине сумме радиусов, и изнутри (см. черт. 38), если длина линии центров равна разности радиусов кругов.

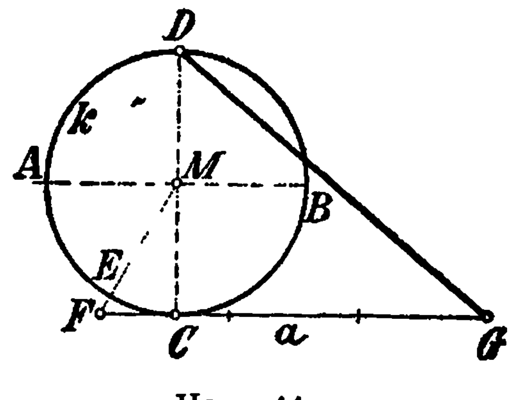
На черт. 39—43 представлено несколько практических применений касания кругов. Черт. 39 показывает соединение дугами круга двух пар параллельных линий, отстоящих одинаково друг от друга. Если начала закруглений AA' и BB' взяты произвольно, то проводят AB и делят это протяжение пополам в C; тогда центры M_1 и M_2 лежат на перпендикулярах AA' или BB' к a и b и на средних перпендикулярах к отрезкам AC и BC.

Черт. 40—43 представляют несколько форм карниза, построение которых ясно без пояснений. Черт. 40 изображает разрез главного карниза, черт. 43 — такой же разрез поясного карниза, черт. 41 и 42 — разрезы цокольного карниза.

Выпрямление круга. Под выпрямлением круга подразумевается задача определения отрезка прямой, равного по длине окружности круга.

Задача 10. Дан круг k (см. черт. 44); требуется представить графически длину окружности.

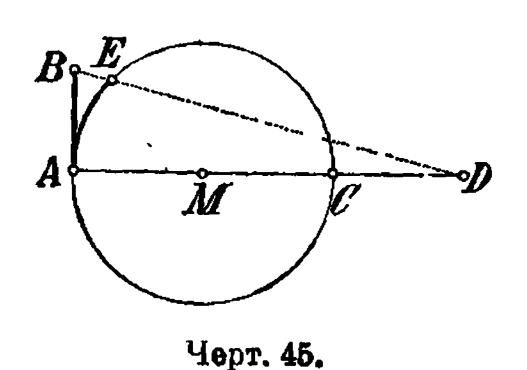
Решение. Чертим два перпендикулярных друг к другу диаметра AB и CD и в конечной точке C одного из них проводим касательную a к k. Затем приравниваем AE к AM, проводим ME до пересечения с a в F, откладываем на FG от F радиус круга $MA = r$ три раза,



Черт. 44.

тогда соединительная линия DG равна длине полуокружности.

Задача 11. Дан круг k (см. черт. 45) и на касательной отрезок AB. Требуется длину AB отложить на круге.



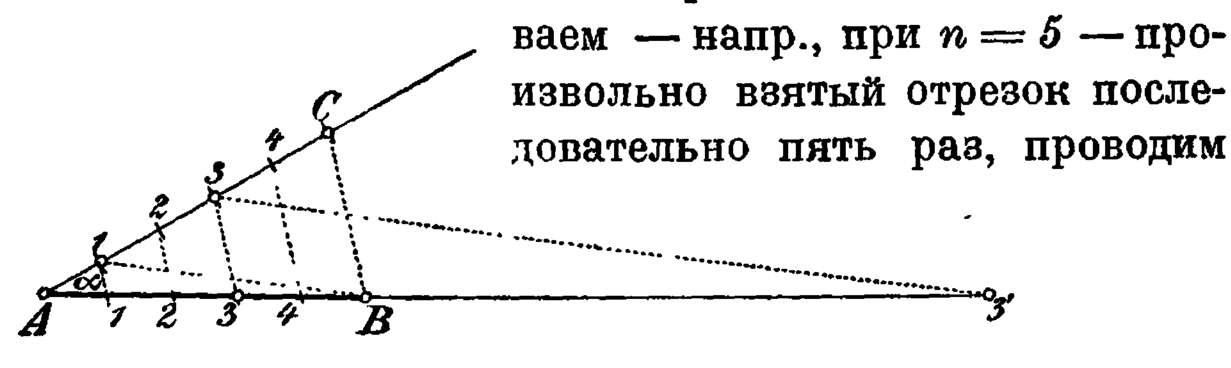
Черт. 45.

Решение. Продолжаем диаметр AC за C до D на столько, чтобы $CD = CM$, и проводим DB, пересекающую окружность в E. Тогда дуга AE с достаточной точностью равна отрезку AB, при предположении, что AB меньше радиуса MA.

Деление прямой линии на части.

Задача 12. Данный отрезок прямой AB (см. черт. 46) требуется разделить на n равных частей.

Решение. Строим при A на AB произвольный угол α; на линии AC, от A по направлению к C, откладываем — напр., при $n = 5$ — произвольно взятый отрезок последовательно пять раз, проводим



Черт. 46.

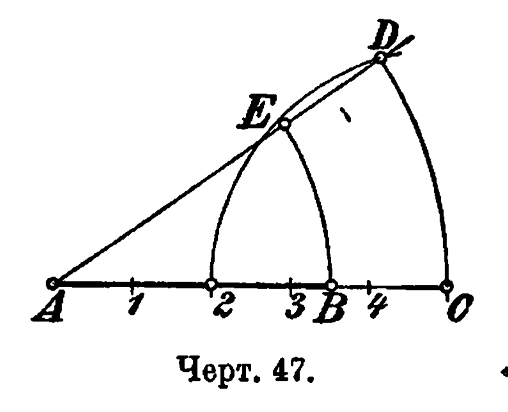
CB и чрез точки деления $1, 2, 3, 4$ линии, параллельные BC; тогда отрезок AB разделится на пять равных частей.

Задача 13. Данный отрезок AB (см. черт. 46) требуется разделить в данном отношении $m:n$.

Решение. Строим опять при A угол α и полагаем

— если напр., $m:n = 3:2 = A3 = 3$ и $3C = 2$. Если провести CB, то параллель через 3 к CB определяет искомую точку деления 3 на AB.

Примечание. Если соединим точку 1 на AC (см. черт. 46) с B и проведем через 3 линию, параллельную к $1B$, то получим на продолжении AB вторую точку $3'$, которая делит AB таким образом, что $A3' : B3' = 3 : 2$. Точка $3'$ называется внешней, точка 3 — внутренней точкой деления. Четыре точки $A, B, 3, 3'$ называются гармоническими точками; A, B и 3, $3'$ суть сопряженные пары точек. Если нужно найти некоторую определенную часть отрезка AB, напр. $\frac{m}{n} = \frac{3}{5}$, то откладывают от A на AB (см. черт. 47) пять равных частей произвольной длины, описывают вокруг A радиусом AC дугу, откладывают на ней $CD = 3$ и проводят AD. Затем, если описать данным отрезком AB дугу BE, то $BE = \frac{3}{5} AB$.

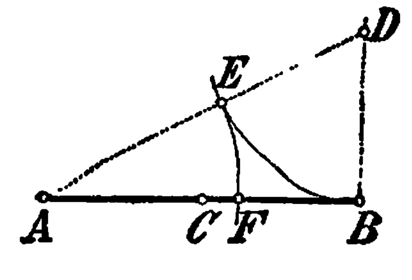


Черт. 47.

Задача 14. Требуется разделить отрезок AB таким образом, чтобы весь отрезок AB относился так к большей части, как последняя к меньшей части (в крайнем и среднем отношении).

Решение. Делим AB пополам в C, проводим перпендикуляр BD к AB, полагаем $BD = BC$ и проводим AD; если положить $DE = BD$ и $AF = AE$, то F будет искомой точкой деления, т. е. $AB : AF = AF : FB$.

Примечание. Указанное деление отрезка AB называют в геометрии золотым сечением.



Черт. 48.

Построение прямолинейных фигур.

Главнейшие прямолинейные фигуры, на основании которых строятся сложные изображения на плоскости, суть треугольники, четыреугольники и многоугольники.

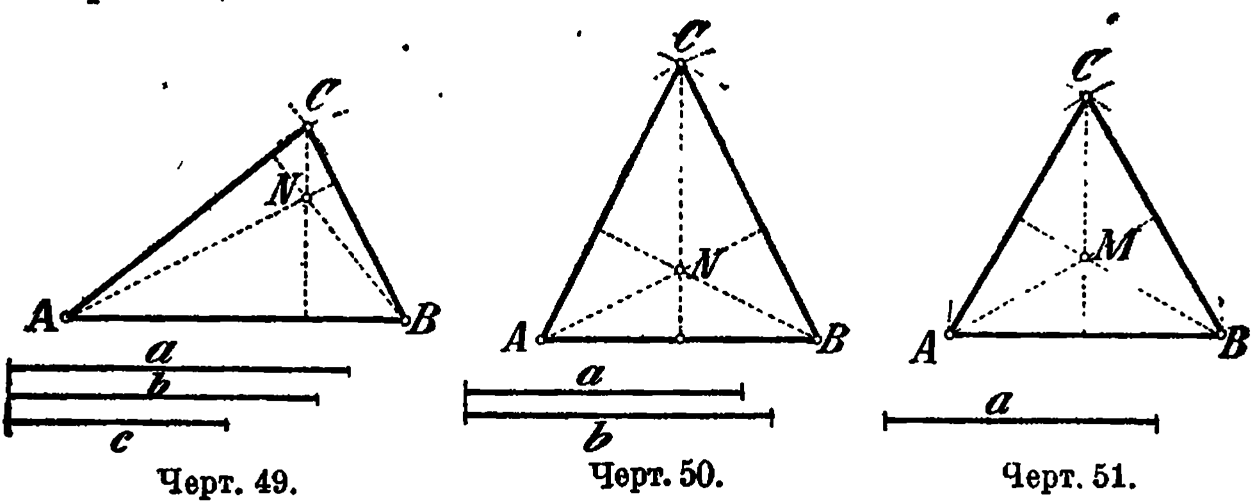
Треугольники различаются, по сторонам, и по углам. Треугольники бывают неравносторонние, равнобедренные и равносторонние (см. черт. 49, 50, 51): в первом случае, все три стороны неравны, во втором — две стороны равны, в третьем, наконец, все три стороны треугольника равны между собою. В отношении углов различаются прямоугольные, тупоугольные и остроугольные треугольники, смотря по тому, будет ли один угол прямым или тупым, или же все три угла острыми. Из четыреугольников мы отличаем неправильные и такие, которым свойствена известная правильность. К последним относятся параллелограмм и трапеция. В параллелограмме противоположные стороны друг другу параллельны и равны, в трапеции одна пара сторон параллельна, но неравна. Среди параллелограммов выделяется квадрат — в нем все четыре стороны равны между собою, все углы — прямые ; затем прямоугольник — в нем смежные стороны неравны, но все углы — прямые; канонец, ромб — стороны его равной длины, но углы не прямые.

Построение треугольника.

a) Неравносторонний треугольник — даны три стороны (см. черт. 49). Полагаем $AB = a$, описываем вокруг A и B радиусами b и c дуги круга, которые пересекутся в C.

b) Равнобедренный треугольник. Даны стороны a и b. Строим $AB = a$ и описываем вокруг A и B ра-

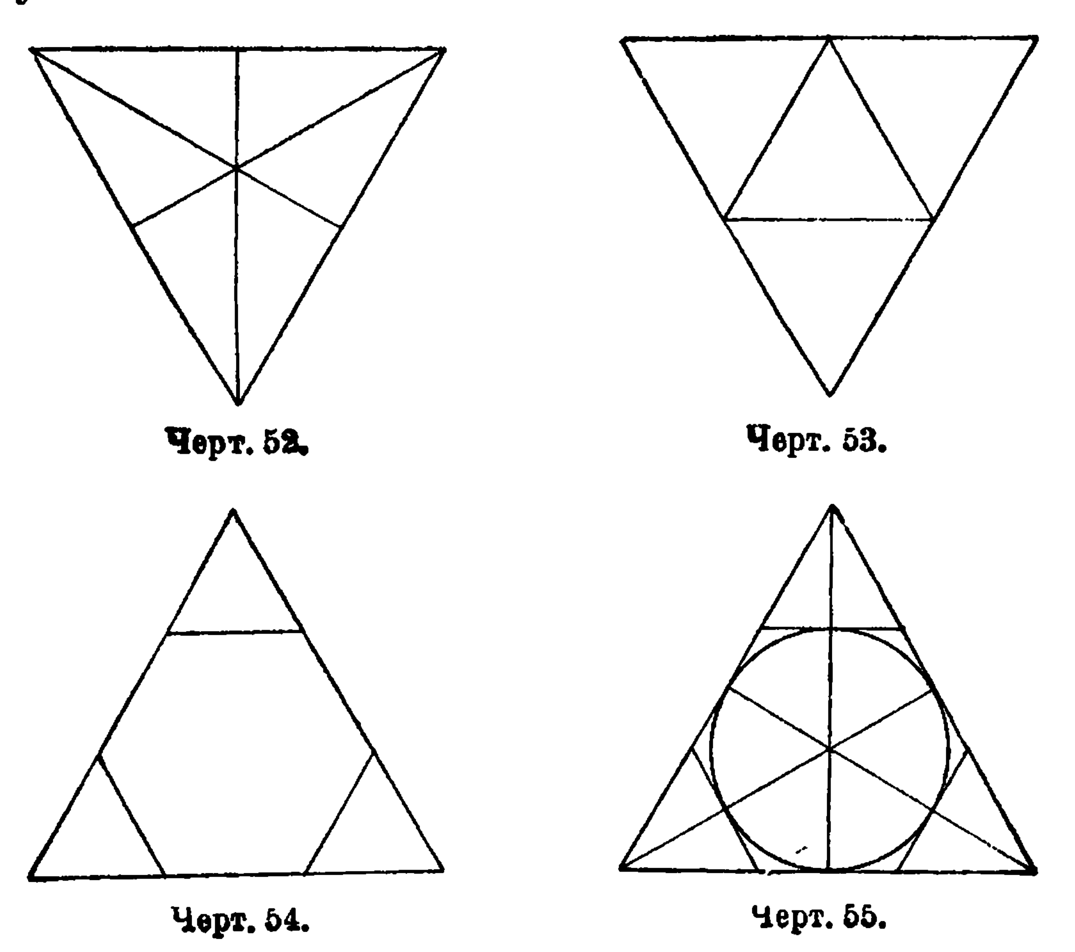
диусом b дуги, которые определяют точку C. AB называется основанием треугольника. AC и BC суть его стороны (бока).



Черт. 49. Черт. 50. Черт. 51.

c) Равносторонний треугольник. Дано a. Строим $AB = a$ и описываем вокруг A и B дуги радиусом $= a$.

На черт. 52—55 показаны разбивки равностороннего треугольника.

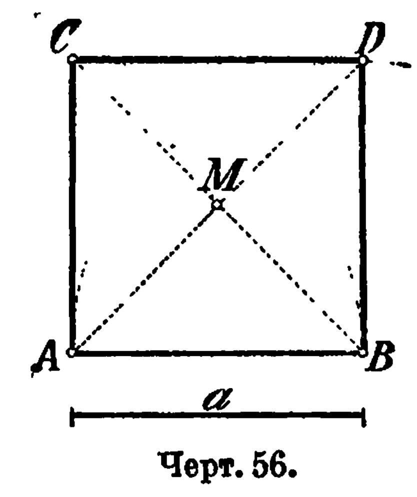


Черт. 52. Черт. 53.

Черт. 54. Черт. 55.

Построение четыреугольника.

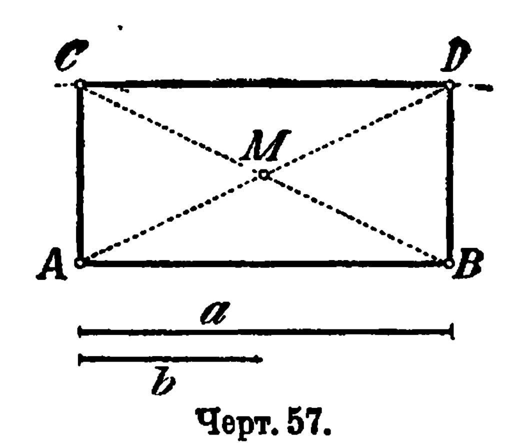
a) Квадрат. Если известна сторона a, можно построить весь квадрат (см. черт. 56). Строим $AB = a$, проводим в A и B перпендикуляры AC и $BD = a$.



Черт. 56.

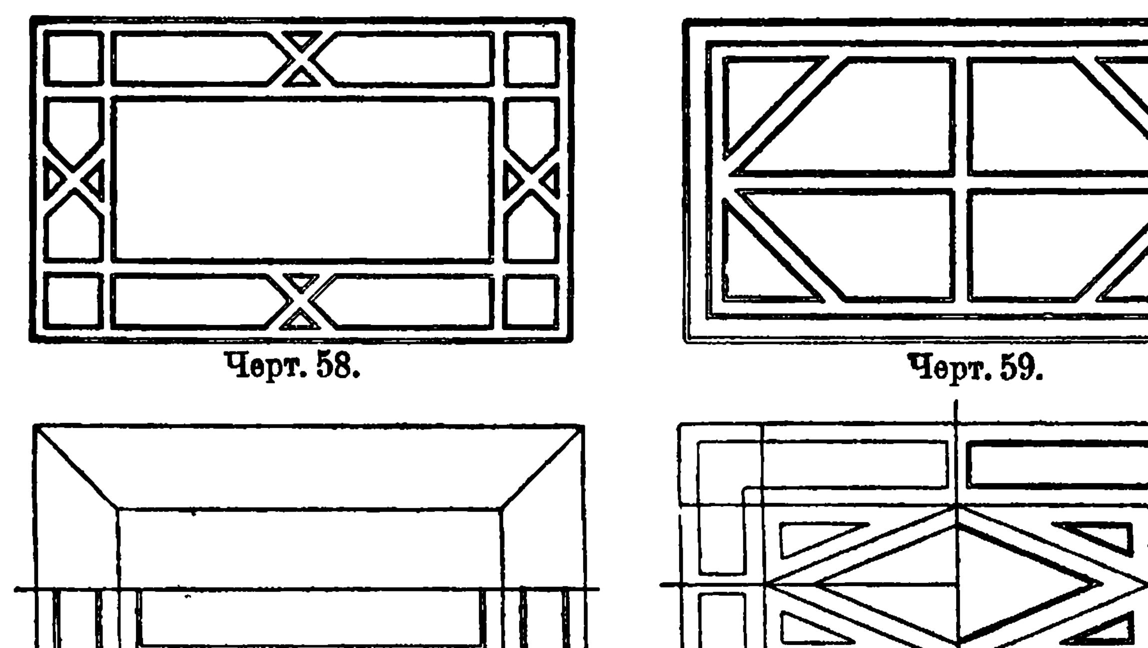
Примечание. Чертежи на таблицах 1—13 показывают различные рисунки-узоры, которые имеют в своей основе квадрат. Построение отдельных узоров видно из чертежей.

b) Прямоугольник. Должны быть даны, по крайней мере, две стороны a и b. Строим (см. черт. 57) $AB = a$ и проводим в A и B перпендикуляры AC и $BD = b$.



Черт. 57.

Примечание. Чертежи 58 до 62 показывают различные узоры, имеющие в своей основе прямоугольник.



Черт. 58. Черт. 59.

Черт. 60. Черт. 61.

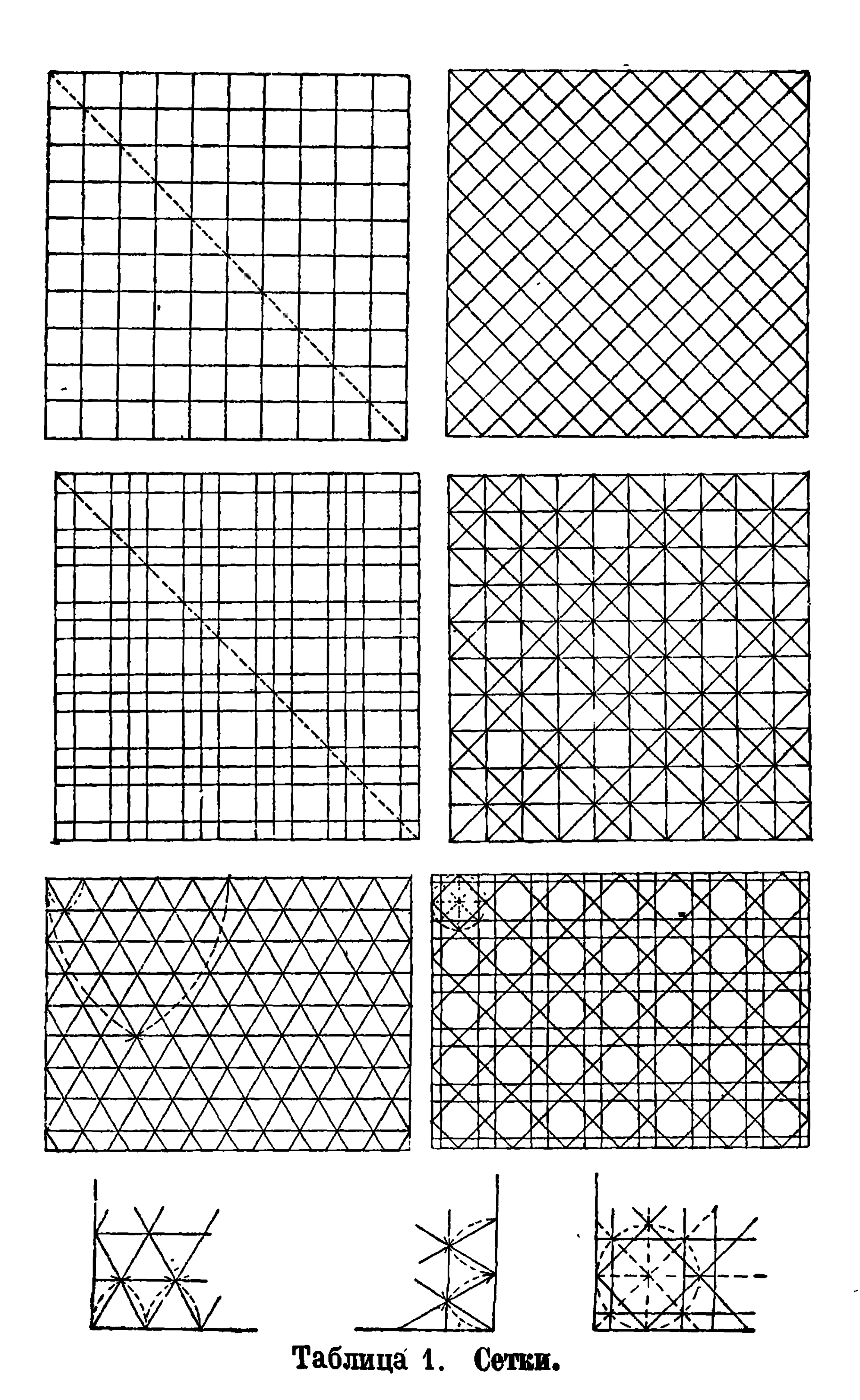


Таблица 1. Сетки.

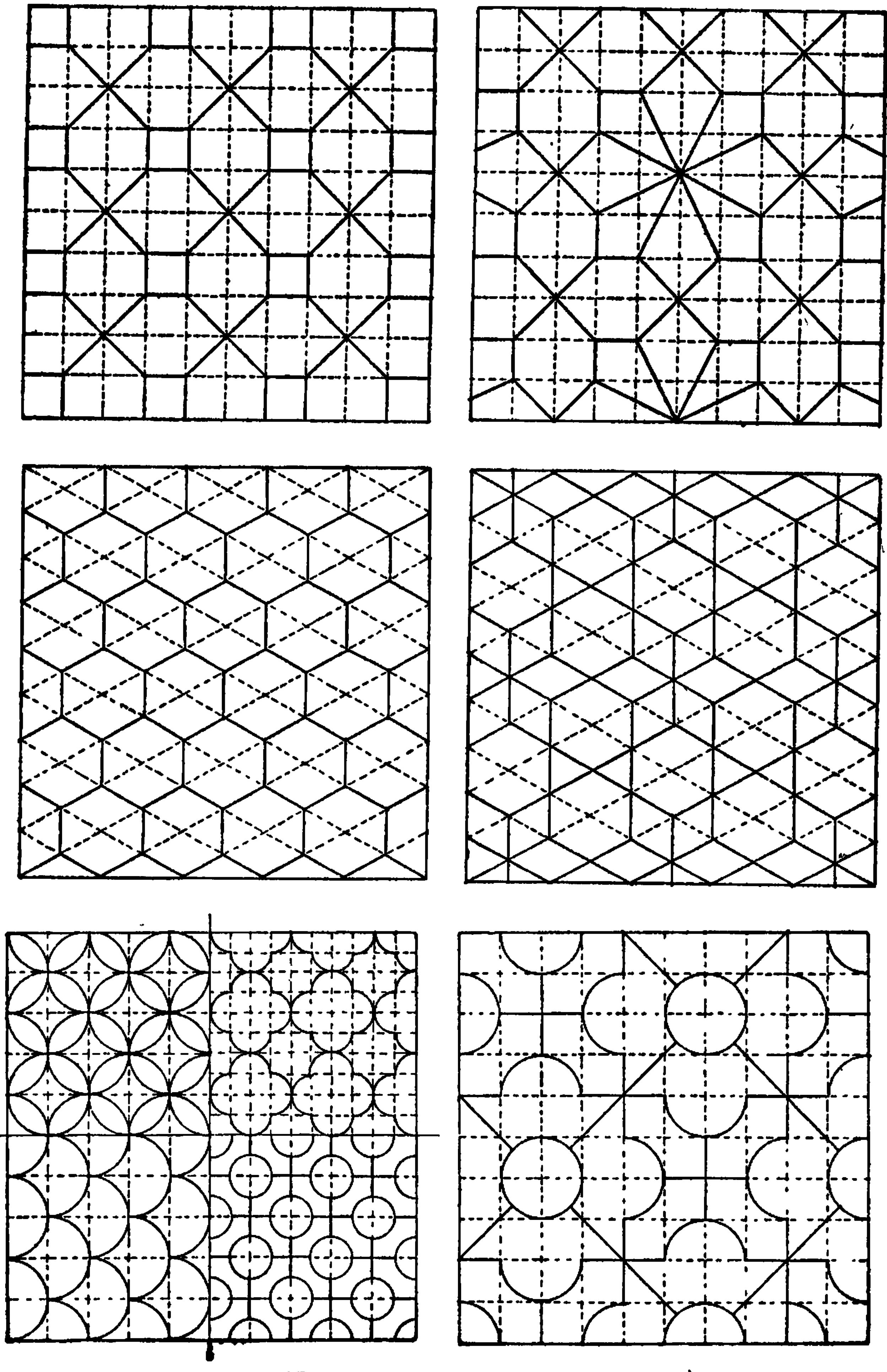


Таблица 2. **Узоры.**

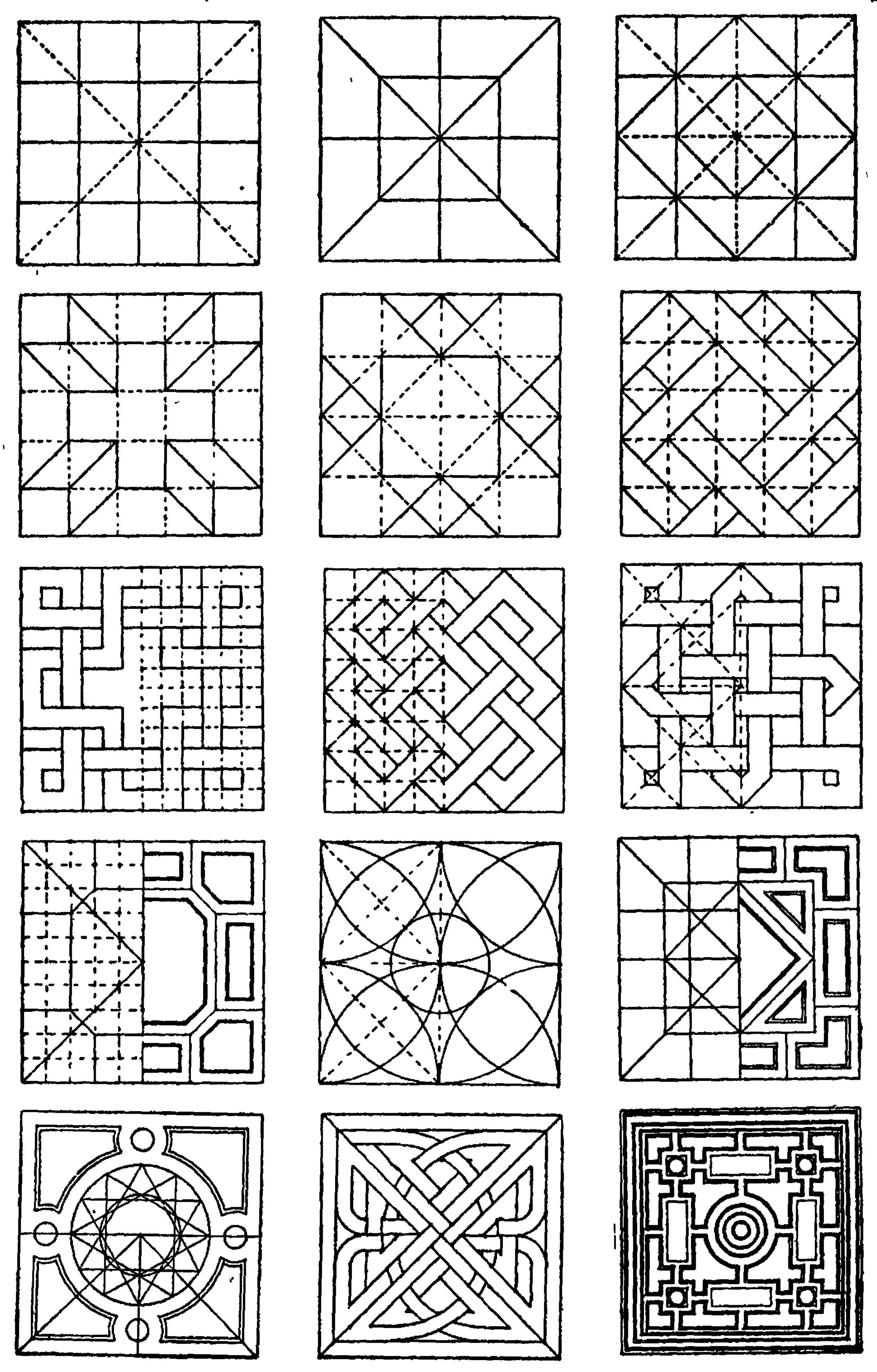


Таблица 3. **Разбивки квадрата.**

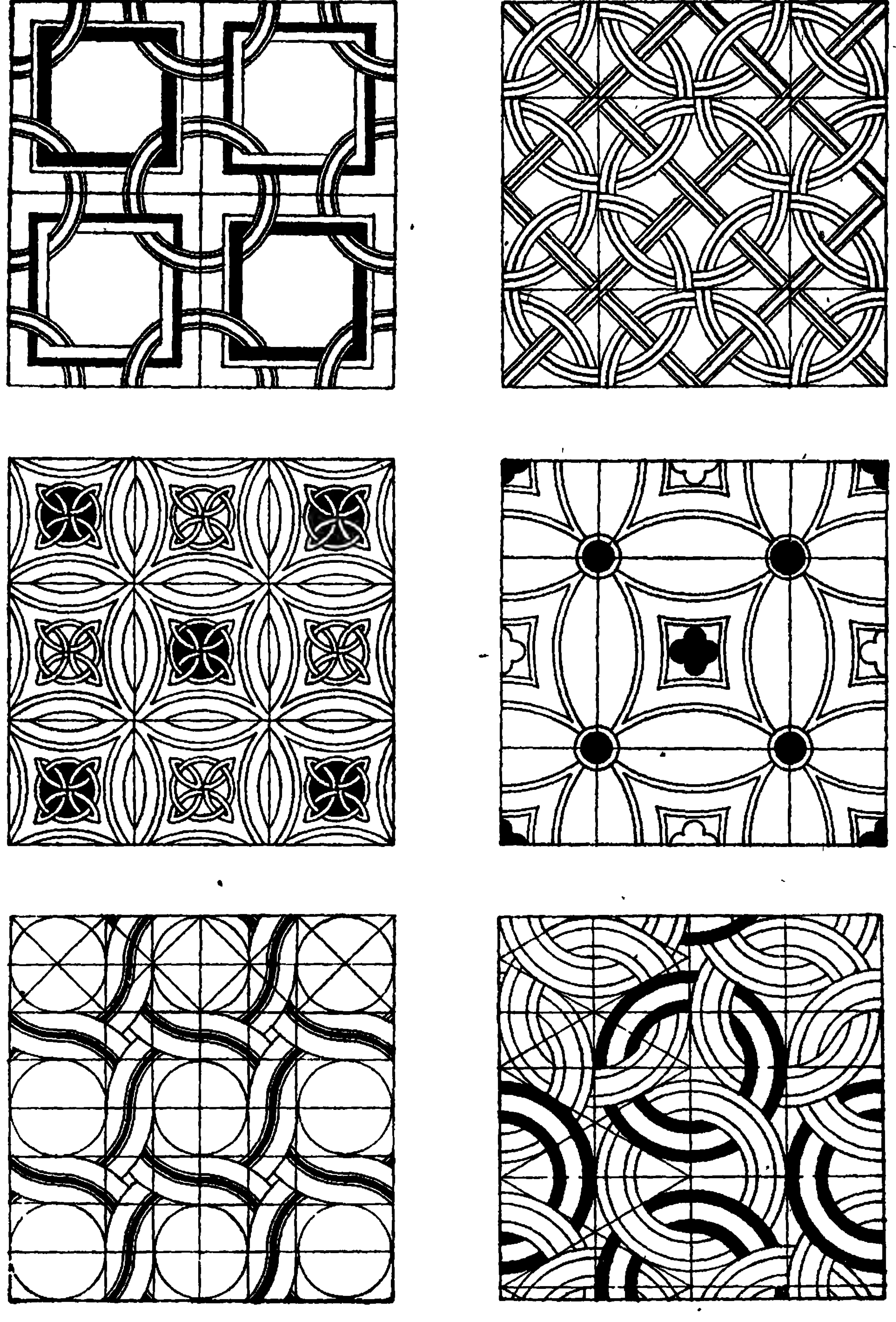


Таблица 4. **Панели.**

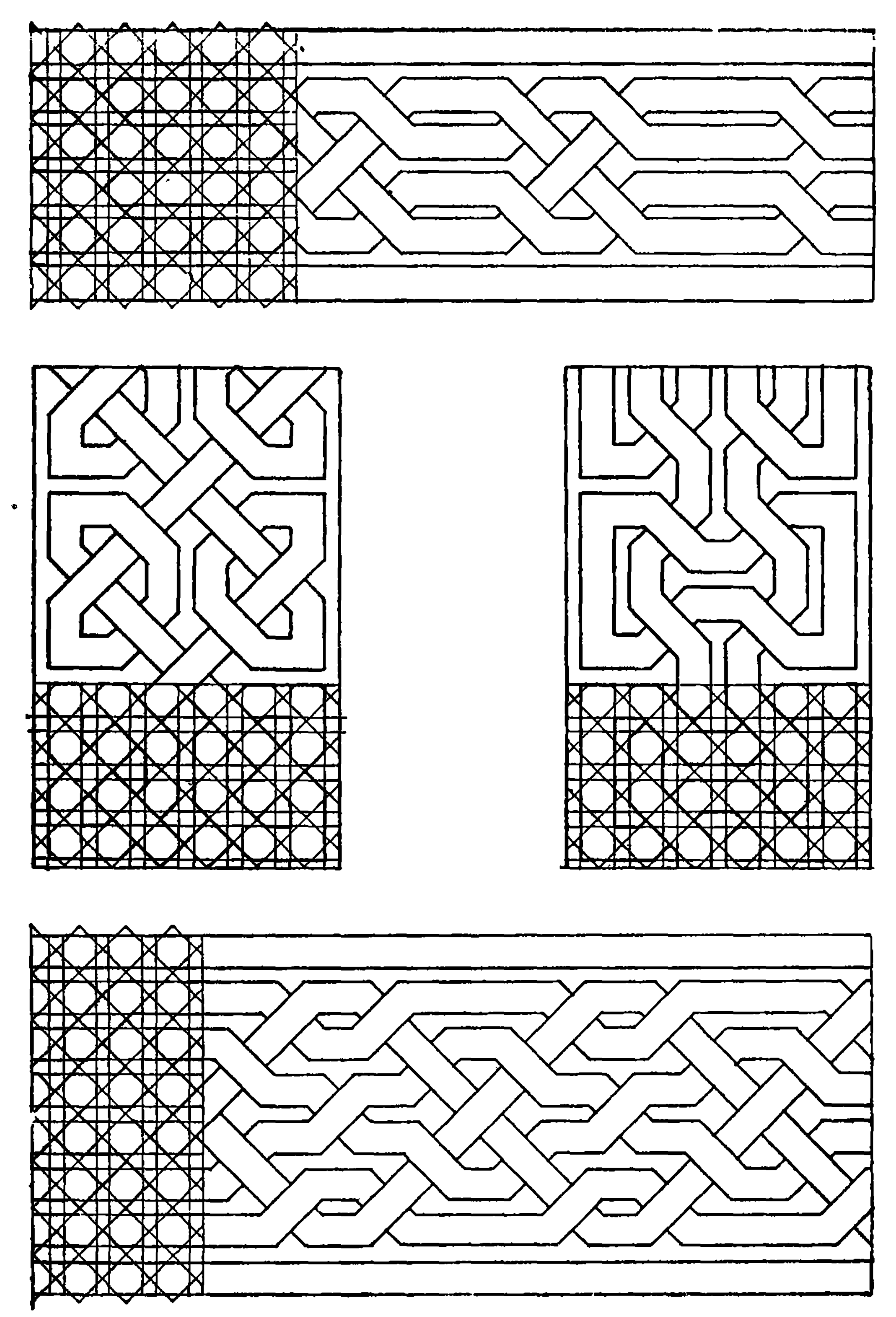


Таблица 5. **Мавританское плетенье.**

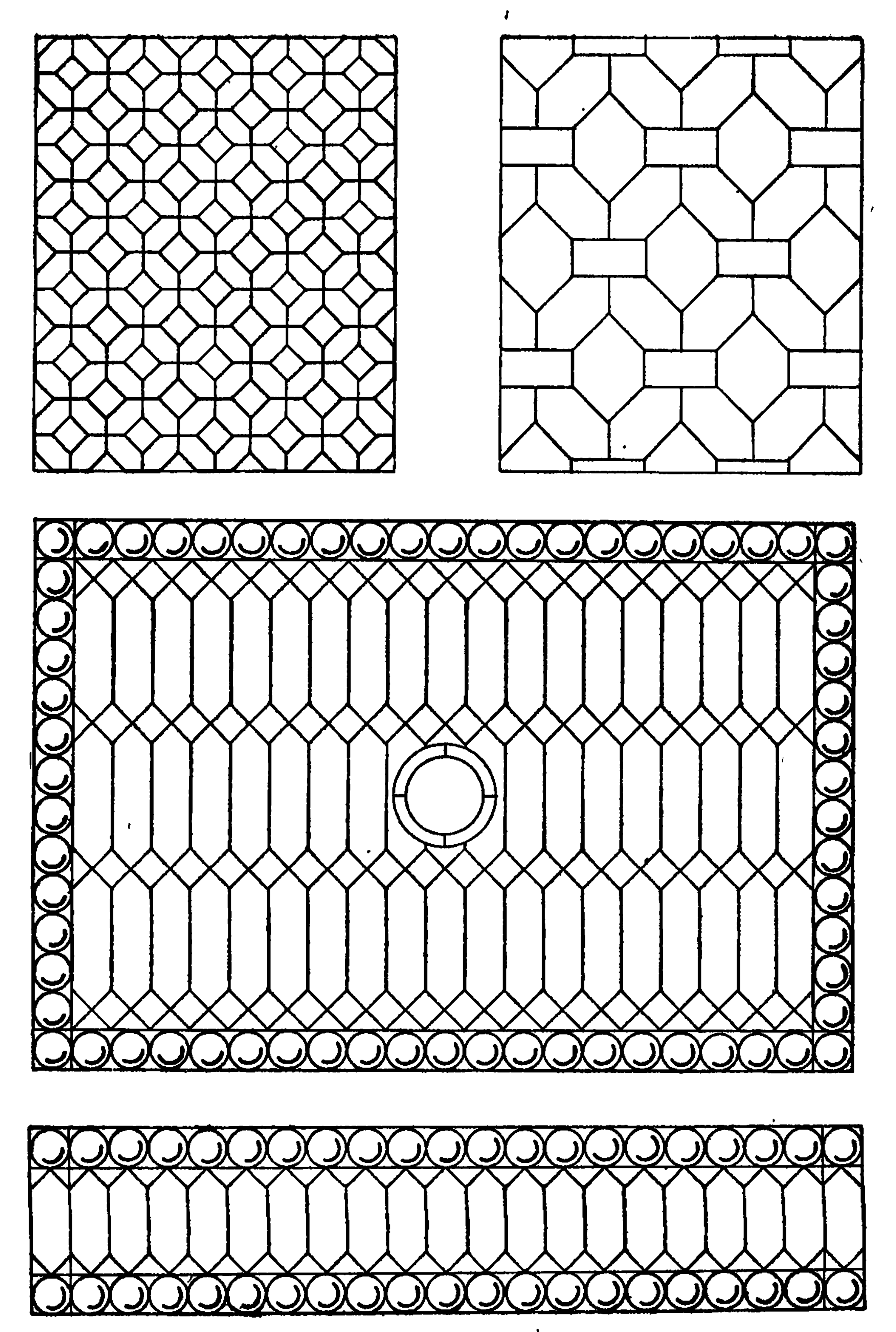


Таблица 6. **Остекление окон.**

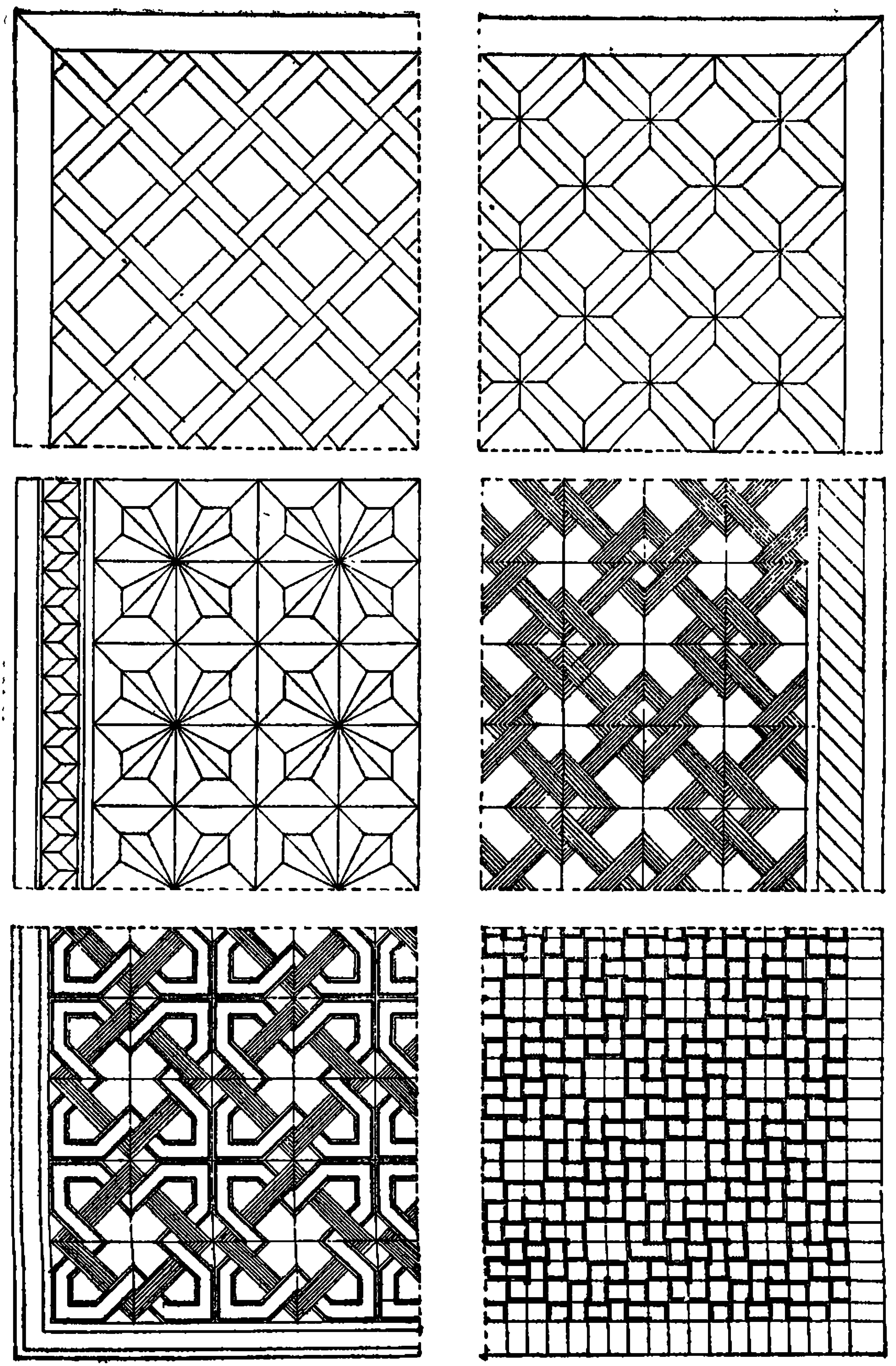


Таблица 7. Узор паркета.

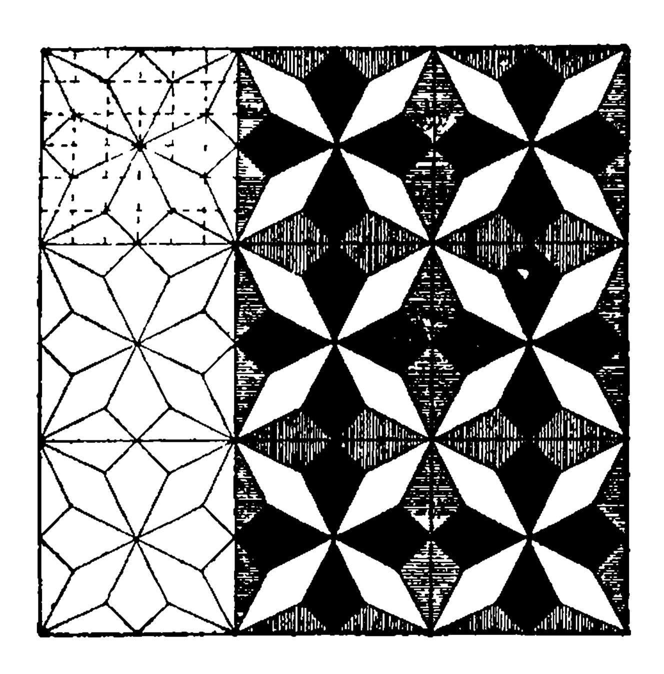
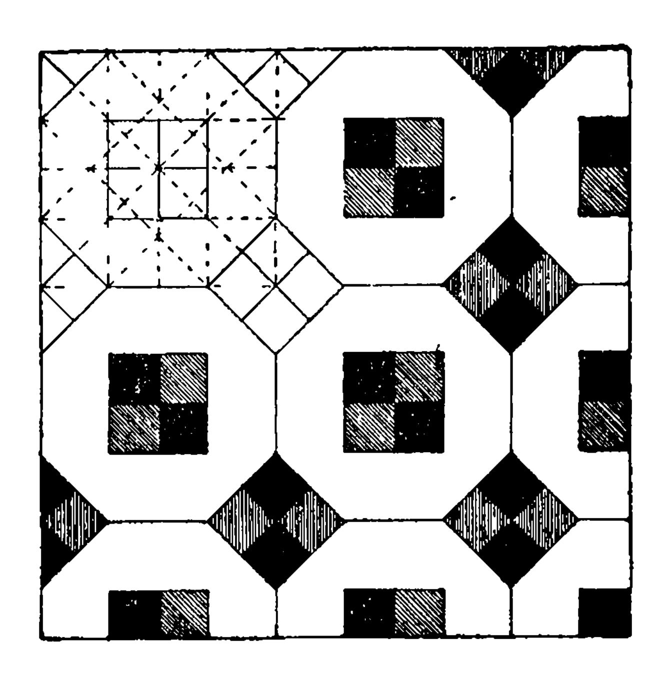
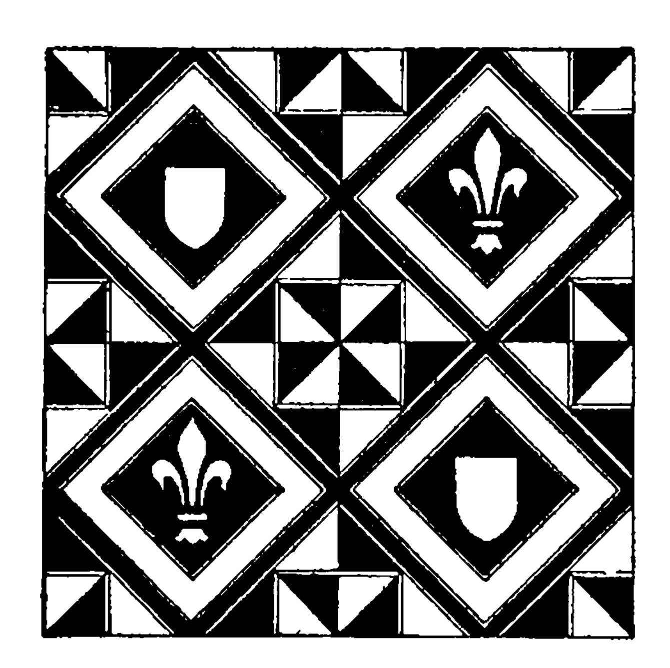
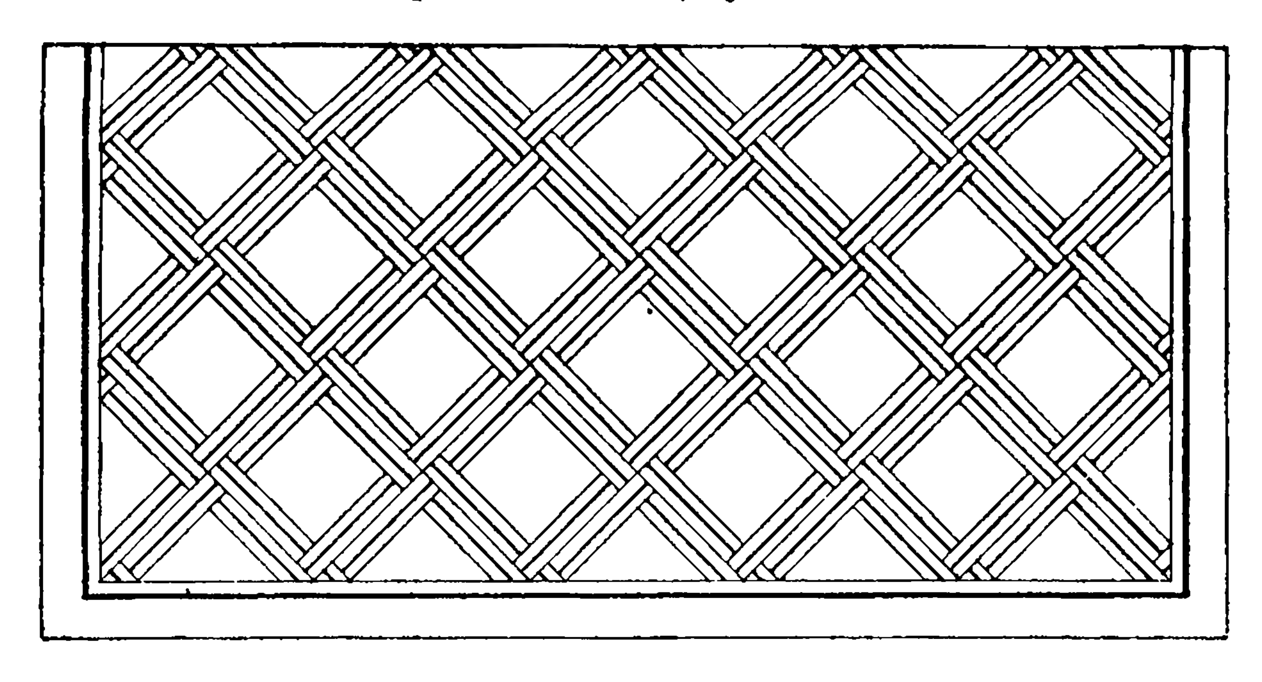
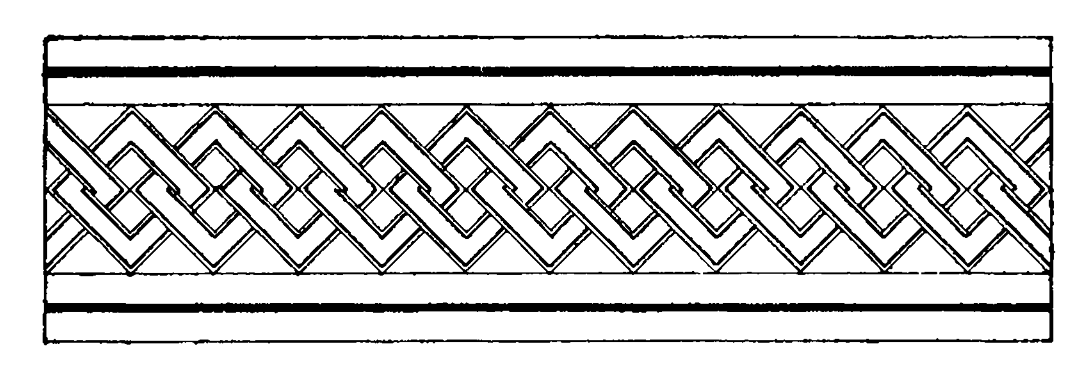





Таблица 8. **Панели.**





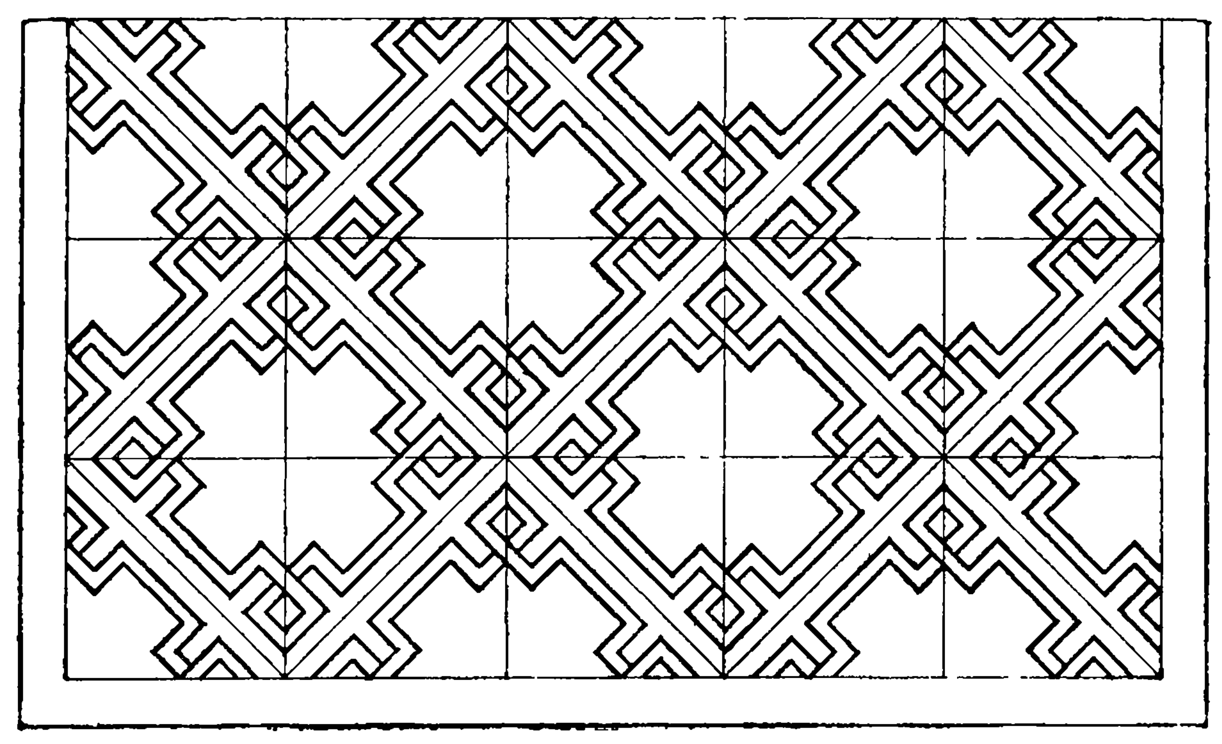


Таблица 9. **Узор паркета.**

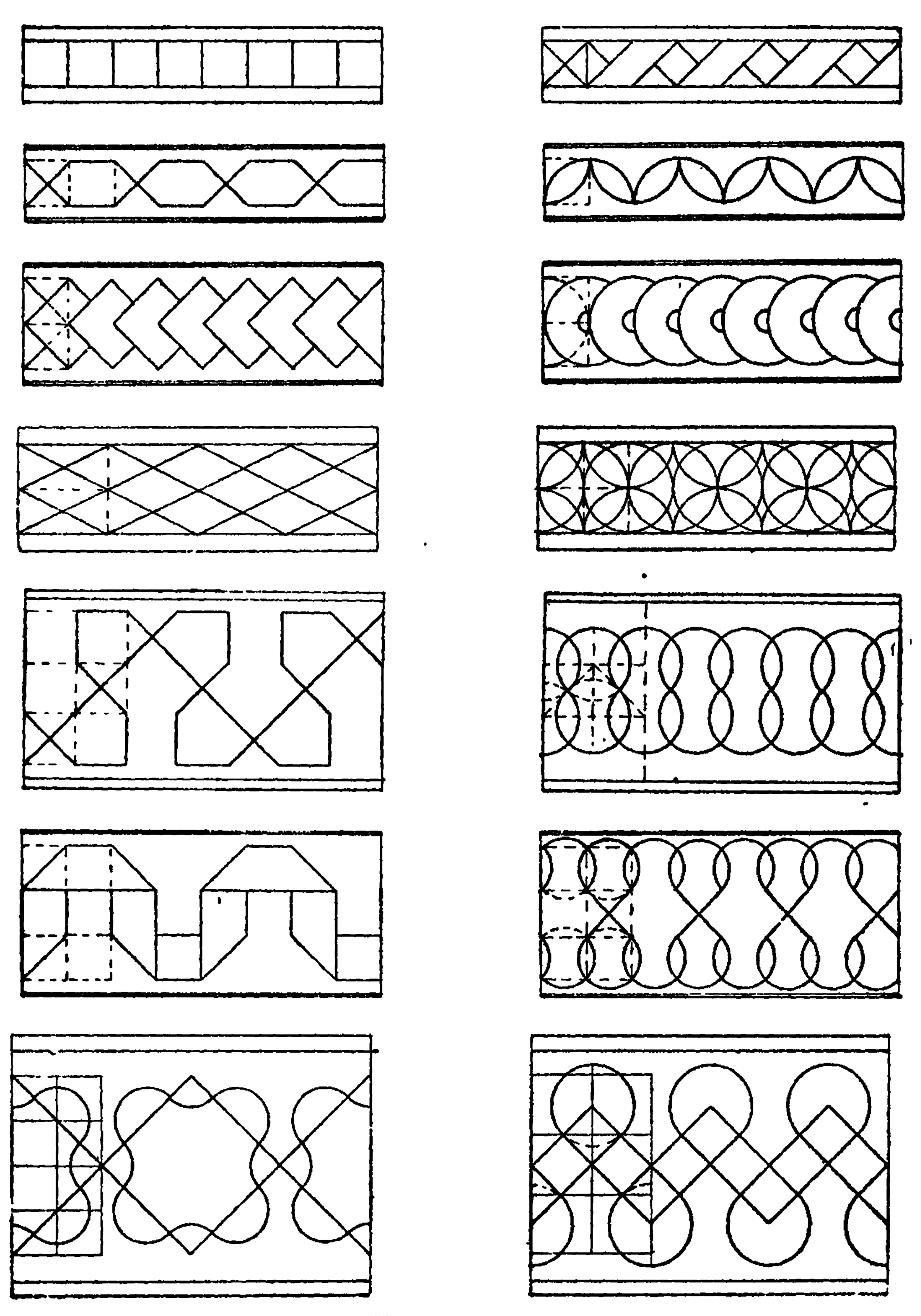


Таблица 10. **Простой узор для ленты.**

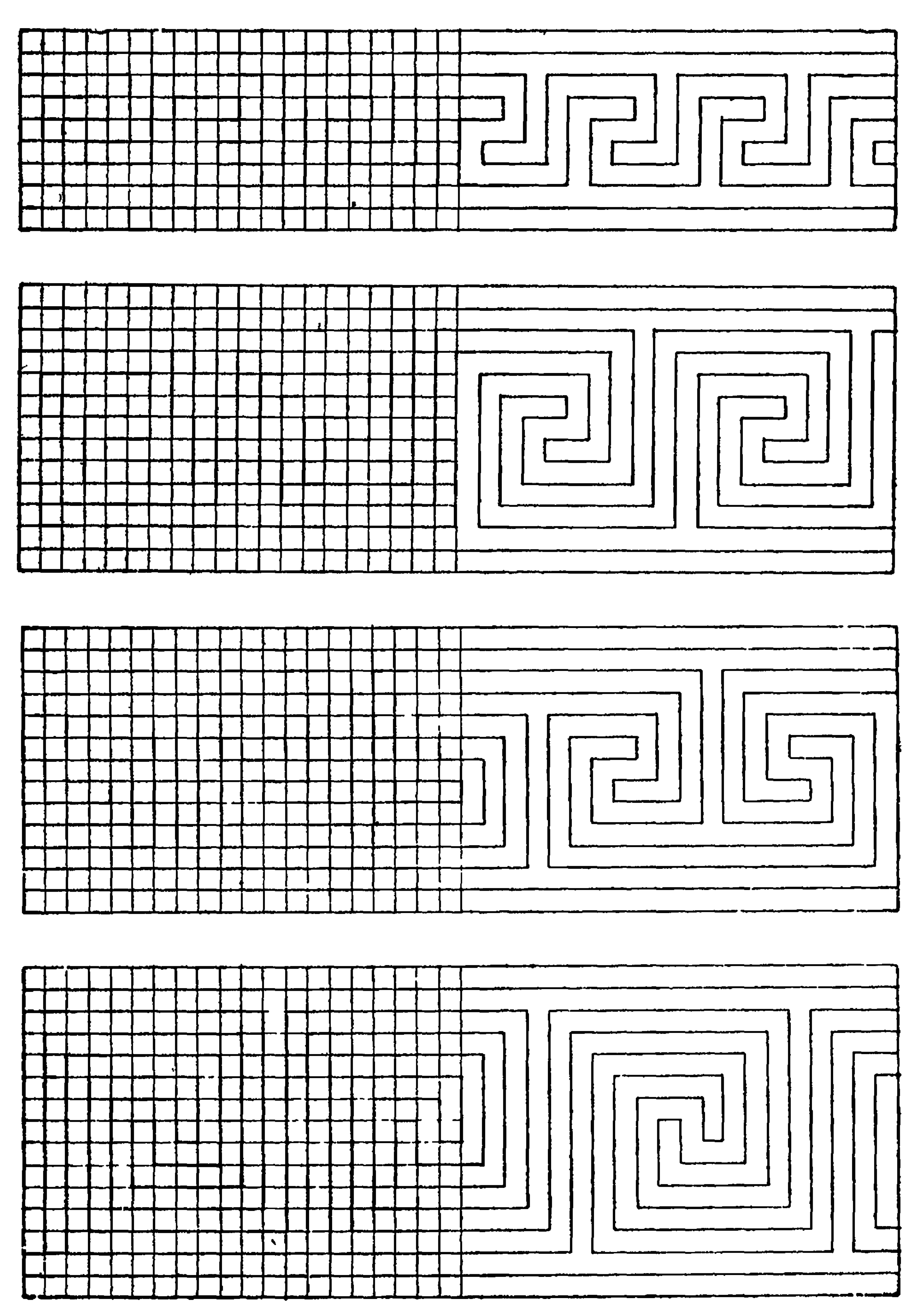


Таблица 11. **Меандры (изгибы).**

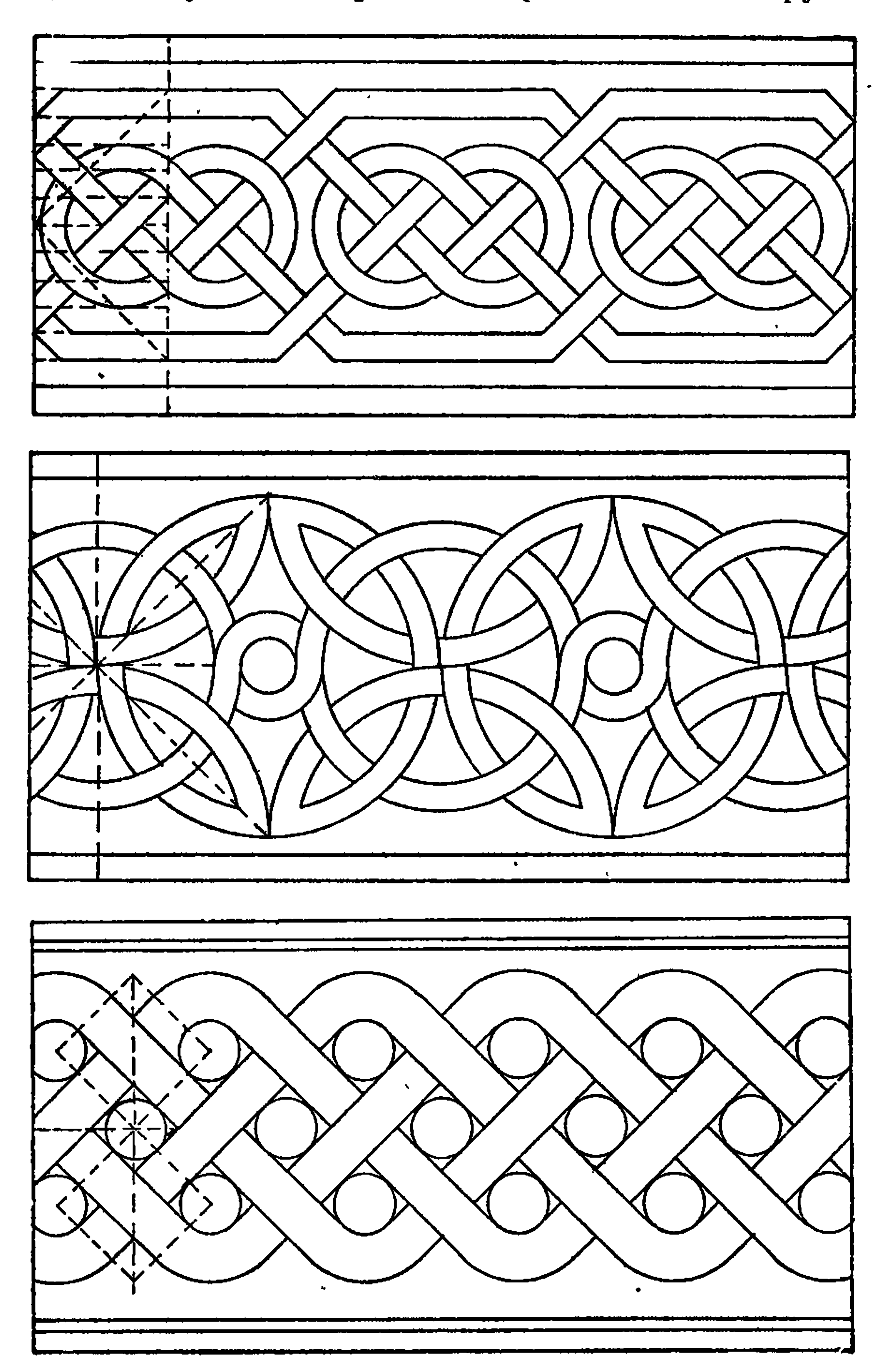


Таблица 12. **Кружевное плетенье.**

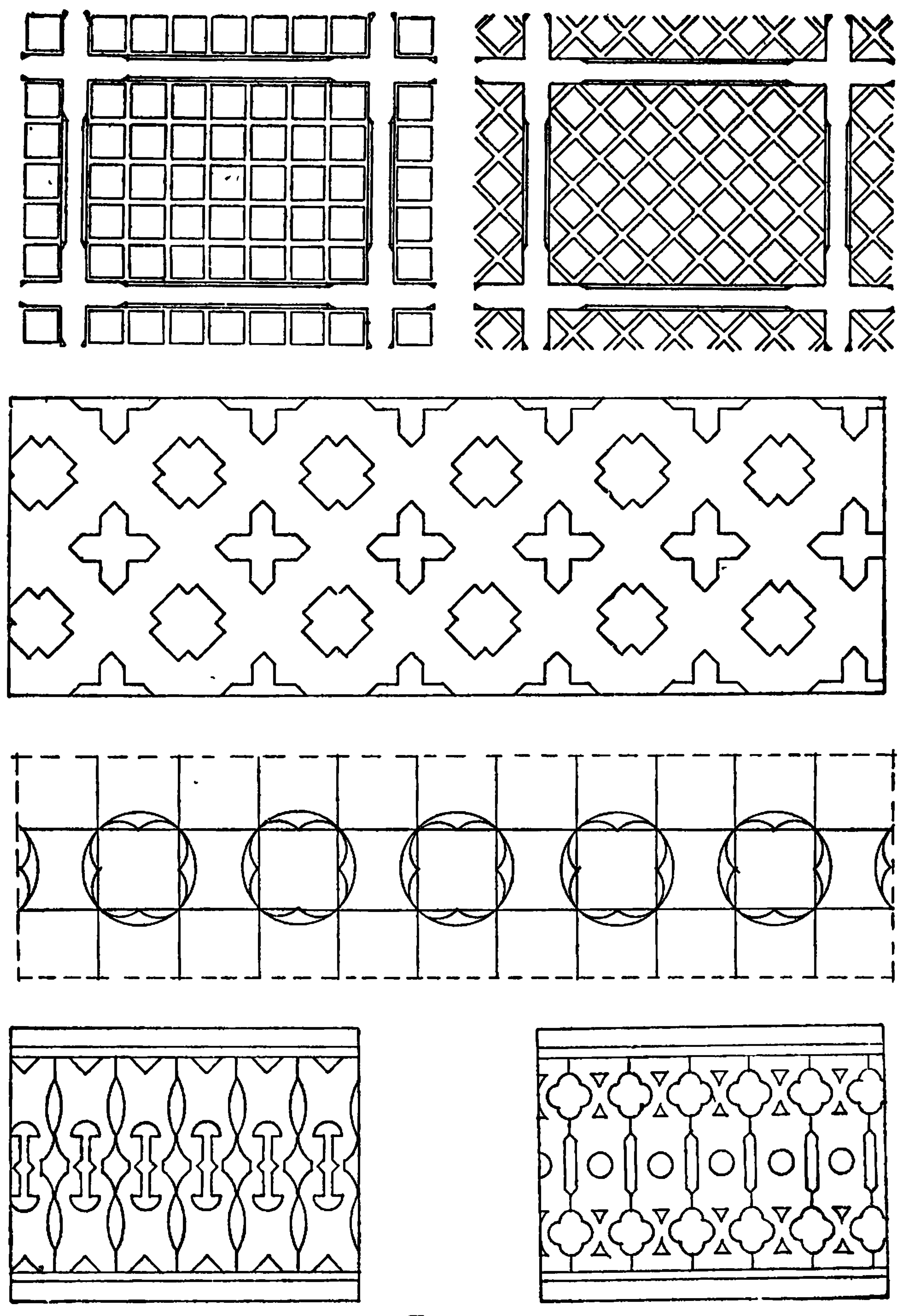
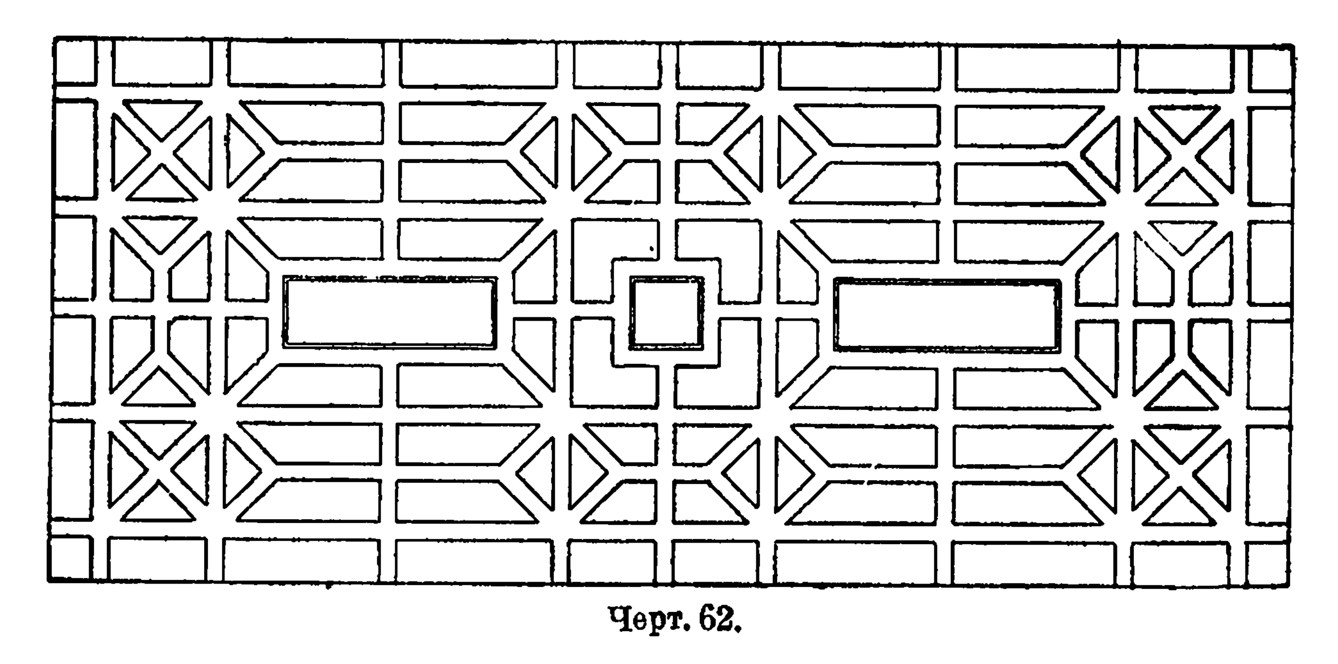
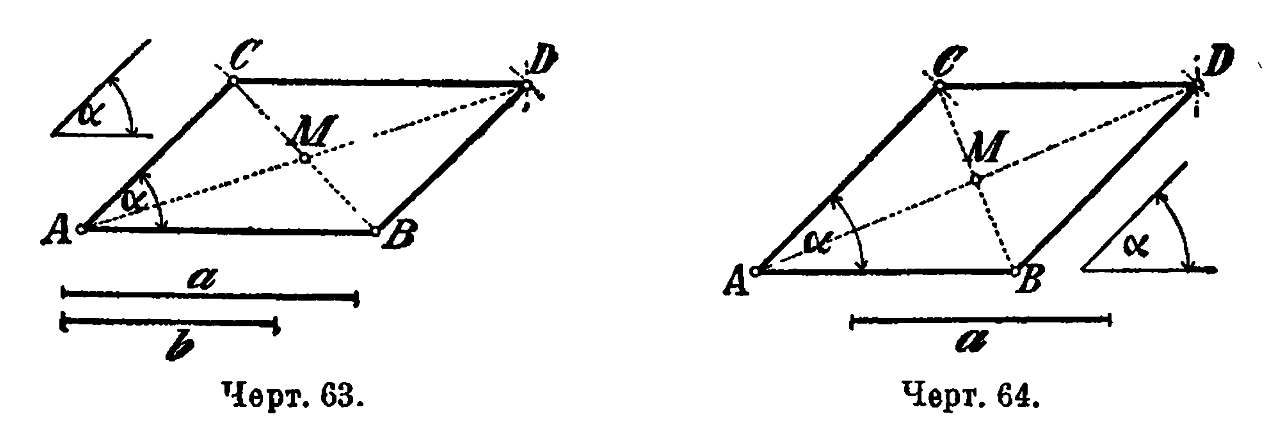


Таблица 13. **Рамки и решетки.**



Черт. 62.

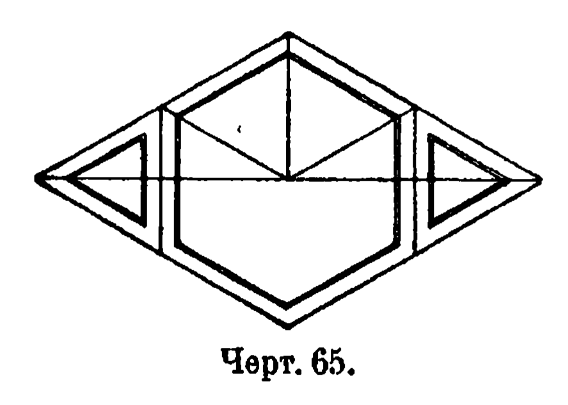
c) Параллелограмм. Даны, по меньшей мере, две стороны a и b и угол α. Строим $AB = a$, наносим у A и B на AB угол α и полагаем $AC = BD = b$.



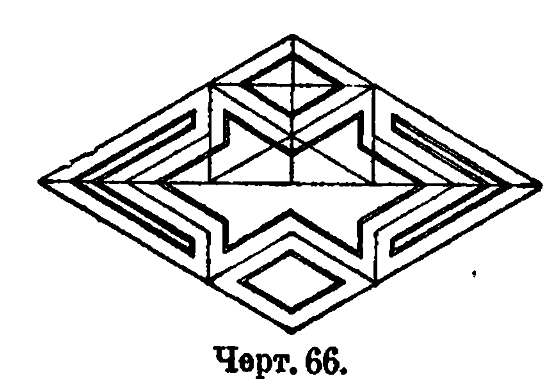
Черт. 63. Черт. 64.

d) Ромб. Даны сторона a и угол α. То же построение, что выше, только $AC = BD = a$ (см. черт. 64)

Примечание. Чертежи 65—67 показывают несколько узоров, основой которым служит ромб.

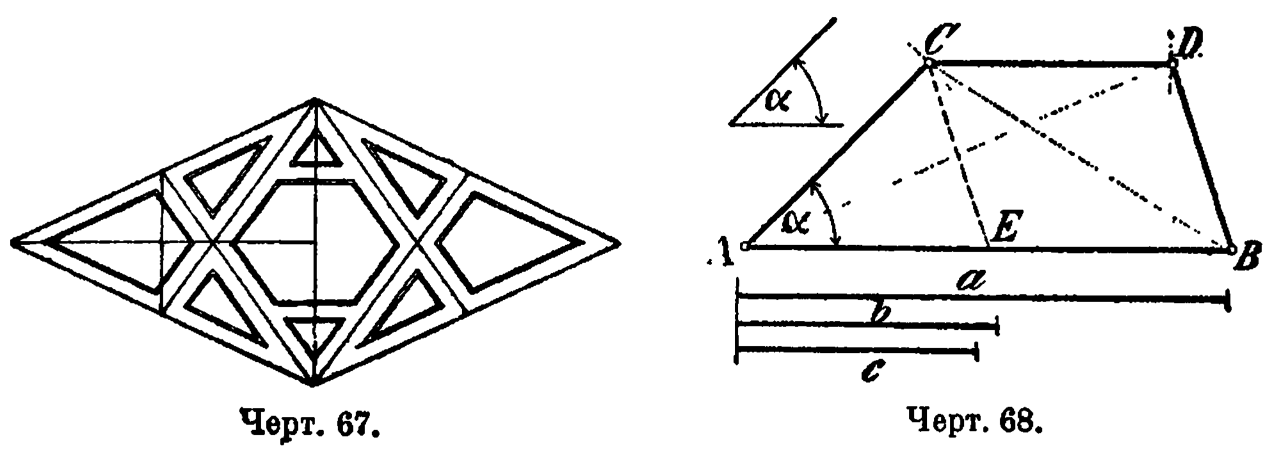


Черт. 65.



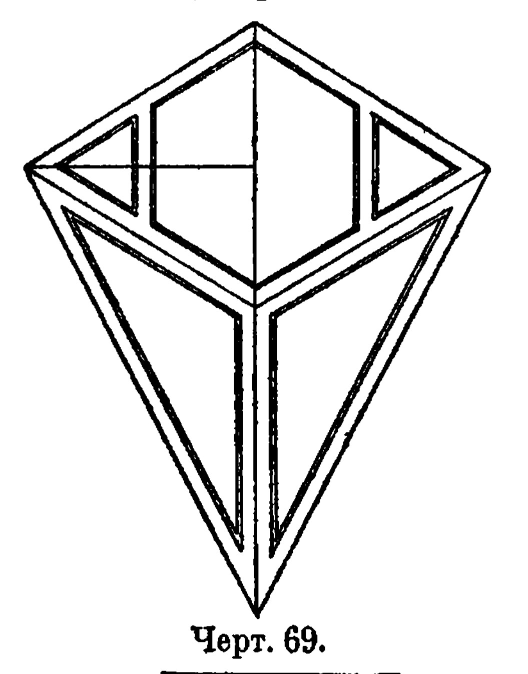
Черт. 66.

e) Трапеция имеет две параллельные стороны. Для построения необходимы, по крайней мере, две параллельные стороны a и c и еще два элемента, напр.—угол



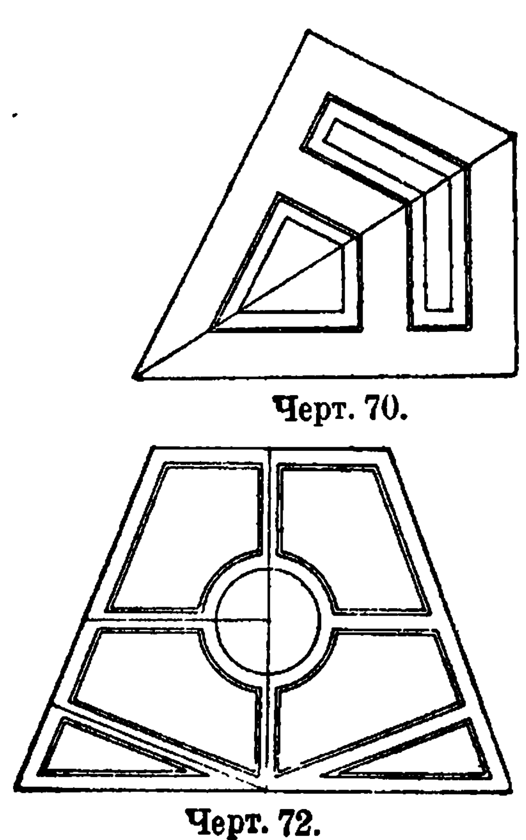
Черт. 67. Черт. 68.

и одна из непараллельных сторон b. Откладываем $AB = a$ (см. черт. 68), строим при A угол α, полагаем $AC = b$, проводим CD параллельно AB и $= c$.

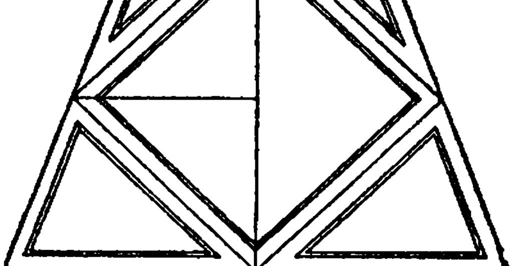


Черт. 69.

Примечание. Чертежи 69 до 72 показывают несколько узоров, имеющих в своей основе трапецию.



Черт. 70.



Черт. 71.

Черт. 72.

Примечание. Линии, соедининяющие две несмежные вершины четыреугольника, называются диагоналями; каждый четыреугольник имеет две диагонали.

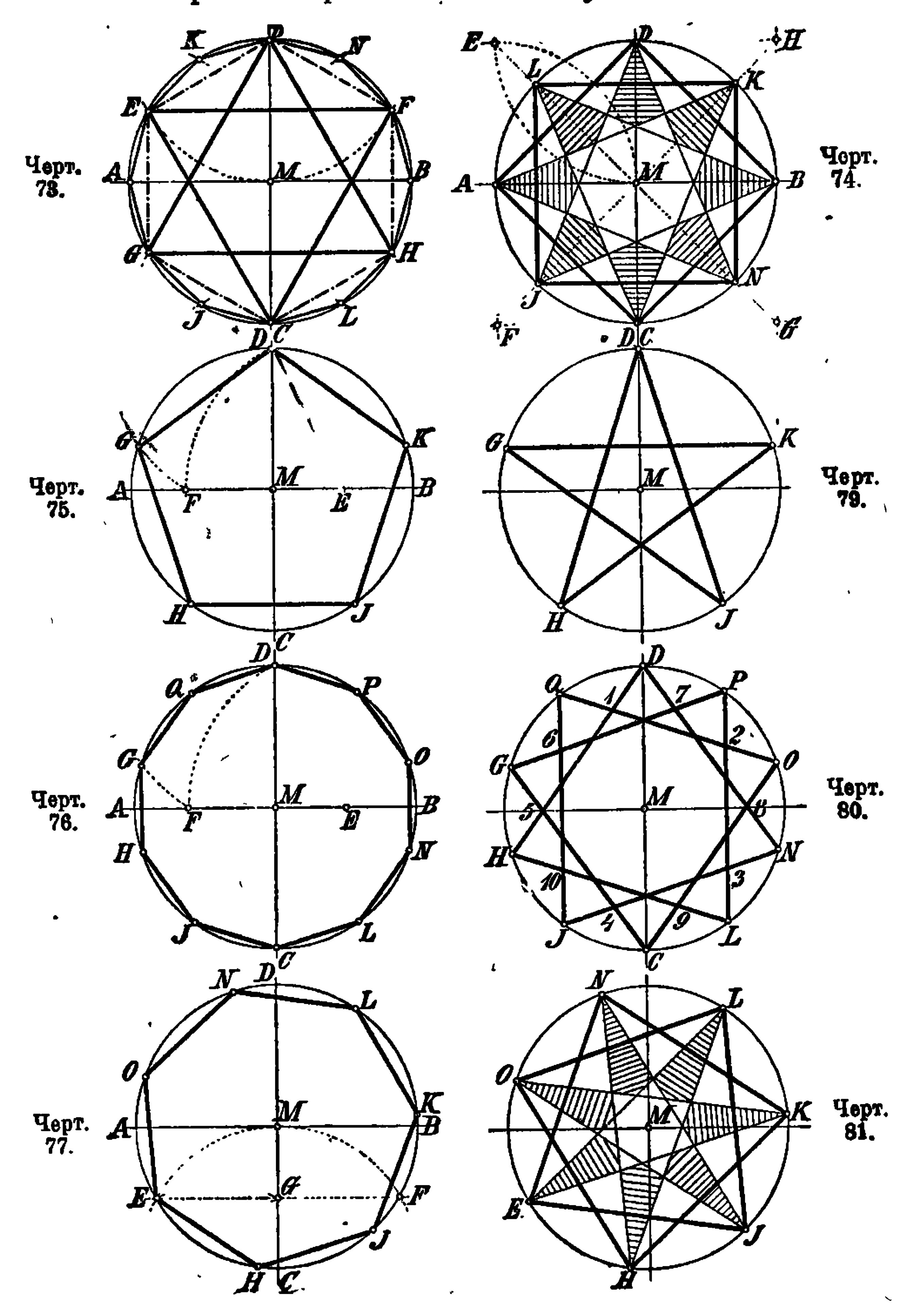
У параллелограмма точка пересечения диагоналей называется центром; в ней делятся пополам диагонали, имеющие, кроме того, в квадрате и прямоугольнике одинаковую длину. В квадрате и ромбе диагонали перпендикулярны друг к другу.

Трапеция, может быть разбита на параллелограмм и треугольник (см. черт. 68) посредством проведенной через вершину параллели к одной из непараллельных сторон ее. Замечательными точками треугольника являются точка пересечения трех средних перпендикуляров к сторонам и точка пересечения трех равноделящих углов треугольника; первая есть центр описанного круга, вторая — центр вписанного круга. Три медианы, т. е. линии, соединяющие вершины с серединами противолежащих сторон, дают точку, которую также можно назвать центром (тяжести). Три высоты также пересекаются в одной точке; в равностороннем треугольнике все три высоты, в равнобедренном две — равны между собою; в неравностороннем треугольнике высоты неравны (см. черт. 49—51).

Построение правильных многоугольников.

Из многоугольников для чертежника важны правильные многоугольники, т. е. такие, у которых все стороны и углы между собою равны; их вершины лежат на описанном круге, а стороны касаются вписанного круга, концентричного с первым; центр обоих кругов является также и центром многоугольника.

В следующих построениях следует предположить заданным описанный круг.


Черт. 73.
Черт. 74.
Черт. 75.
Черт. 79.
Черт. 76.
Черт. 80.
Черт. 77.
Черт. 81.

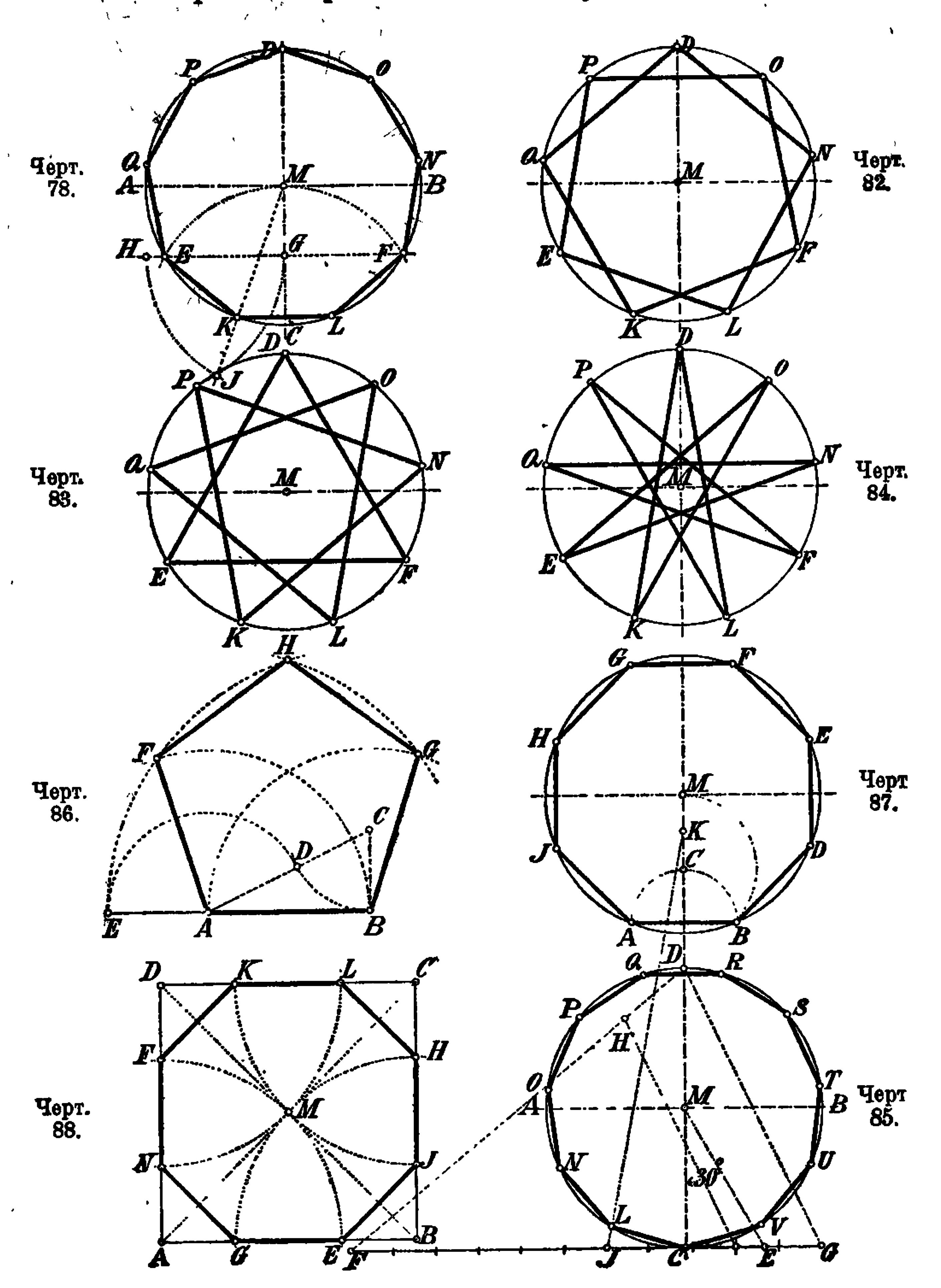
a) Шестиугольник, 12-тиугольник и треугольник (см. черт. 73). Проводим два взаимно-перпендикулярных диаметра AB и CD и от их концов откладываем по кругу радиус, как хорду. Благодаря этому получаются точки от E до N, соединяющие их линии образуют правильный шестиугольник $DEGCHFD$; второй правильный шестиугольник дают линии соединения $AKNBLJA$. Вершины от A до N составляют правильный 12-тиугольник. Если при соединении вершин 12-тиугольника на круге пропускать все время по три следующих друг за другом точки, то получатся правильные треугольники DGH и CEF.

b) Восьмиугольник, четыреугольник (см. черт. 74). Вокруг концовх двух взаимно-перпендикулярных диаметров круга AB и CD описываем радиусом описанного круга дуги, которые пересекаются в E, F, G и H. Соединительные линии EG и FH определяют в своем пересечении с кругом недостающие вершины восьмиугольника. Если при соединении вершин пропускать по одной точке, то получается правильный четыреугольник (квадрат). На черт. 74 построены два квадрата $ABDC$ и $LJNK$.

c) Пятиугольник (см. черт. 75). Проводим два взаимно-перпендикулярных диаметра AB и CD, делим MB точкой E пополам, получаем $EF = ED$; тогда линия DF равна по длине стороне пятиугольника и укладывается, как хорда, пять раз в круге.

d) Десятиугольник (см. стр. 76). Построение такое же, как при пятиугольнике; отрезок MF равен стороне десятиугольника.

e) Семиугольник (см. черт. 77). Построив два взаимно-перпендикулярных диаметра AB и CD, описываем вокруг C радиусом CM дугу EF и проводим


Черт. 78.
Черт. 82.
Черт. 83.
Черт. 84.
Черт. 86.
Черт 87.
Черт. 88.
Черт 85.
30°

хорду EF, половина которой EG равна длине стороны семиугольника.

f) Девятиугольник (см. черт. 78). Наносим опять два диаметра AB и CD, описываем вокруг C радиусом CM дугу EF, полагаем $GH=MC$ и строим на GH равносторонний треугольник GHJ. Соединительная линия MJ дает на описанном круге точку K таким образом, что EK равно стороне правильного девятиугольника. — Вышеуказанные построения семи и девятиугольника являются приближенными.

Примечание. При помощи рассмотренных правильных многоугольников можно построить другие правильные многоугольники так называемые звездные, которые имеют большое применение для украшений. Так, два равносторонних треугольника, вершины которых являются также и вершинами правильного шестиугольника, образуют шестиугольную звезду (см. черт. 73); два квадрата (см. черт. 74) образуют восьмиугольную звезду; два шестиугольника — звезду 12-тиугольника. Пятиугольник (см. черт. 79) дает пятиугольную звезду. Из десятиугольника получаются две 10-тиугольных звезды; одна представлена на черт. 80; вторая получится, если две пятиугольных звезды вчертить одну в другую. Звездный семиугольник представлен на черт. 81; звездные девятиугольники показаны на черт. 82—84. Черт. 74 дает еще второй звездчатый восьмиугольник.

g) Многоугольник с произвольным числом сторон. Если требуется вписать в круг правильный многоугольник, число n сторон которого является первоначально-простым, напр. 11, то для построения можно применить способ приближения, который для практических целей достаточно точен. Проводим касательную (см. черт. 85) к кругу в C, строим ME под углом в 30°

к MC, приравниваем EF тройному радиусу MC и соединяем точки F и D; тогда FD с достаточной точностью равно длине полуокружности круга MCD.

Если положить теперь $DH = \frac{2}{11} DF$, затем $CJ = DH$ и $DK = MD$, то соединительная линия KJ встретит окружность в точке L таким образом, что CL будет стороной правильного 11-тиугольника.

Примечание. Ясно, что указанное построение будет приложимо ко всякому многоугольнику, у которого n больше 10.

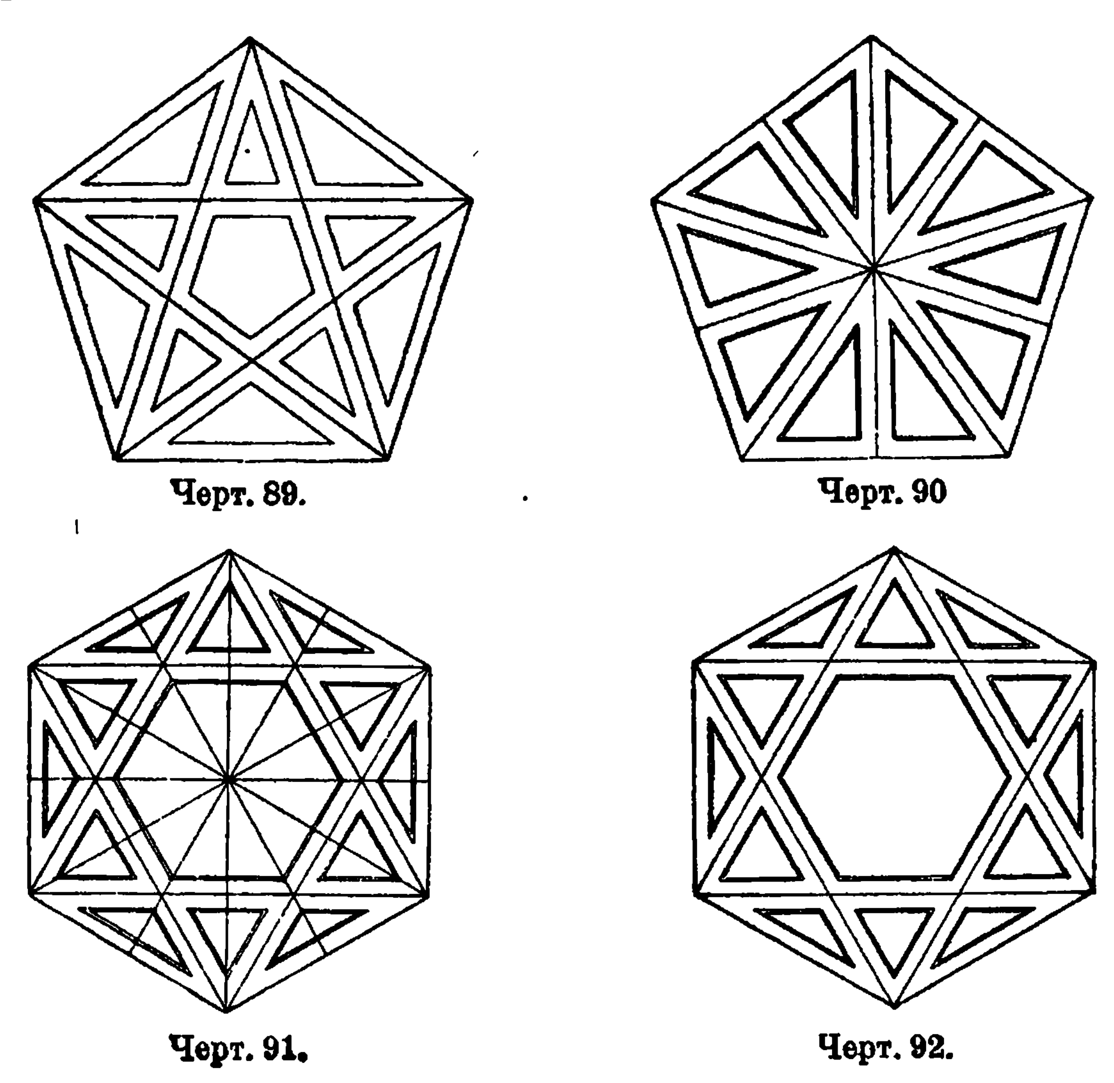
Построение правильного многоугольника по данной стороне.

Очень часто чертежнику приходится иметь дело со следующей задачей — построить на данном отрезке, как на стороне, правильный многоугольник. Решим эту задачу для пятиугольника и восьмиугольника, каковой случай чаще всего встречается на практике. Если AB (см. черт. 86) есть сторона правильного пятиугольника, то мы проводим перпендикуляр BC к AB и откладываем $BC = \frac{1}{2} AB$; проводим AC и полагаем $CD = CB$. Если перенести теперь AD на AE, то BE равно длине диагонали пятиугольника. Вокруг точек A и B описываются дуги радиусами, равными длине стороны и диагонали пятиугольника, до пересечения их в вершинах F, G и H пятиугольника.

Для восьмиугольника существует следующее построение. Опишем (см. черт. 87) на стороне AB, как на диаметре, полуокружность, которая пересечется со средним перпендикуляром к AB в C. Если положить $CM = CB$, то M есть центр описанного круга восьмиугольника, чем последний и определяется.

При восьмиугольнике встречается также часто задача: в квадрат $ABCD$ (см. черт. 88) вписать правильный восьмиугольник. В этом случае мы определяем центр M и описываем вокруг четырех вершин A, B, C и D круговые, дуги, которые проходят через точку M; тогда на сторонах квадрата получаются точки E, F, G, H, J, K, L и N восьмиугольника.

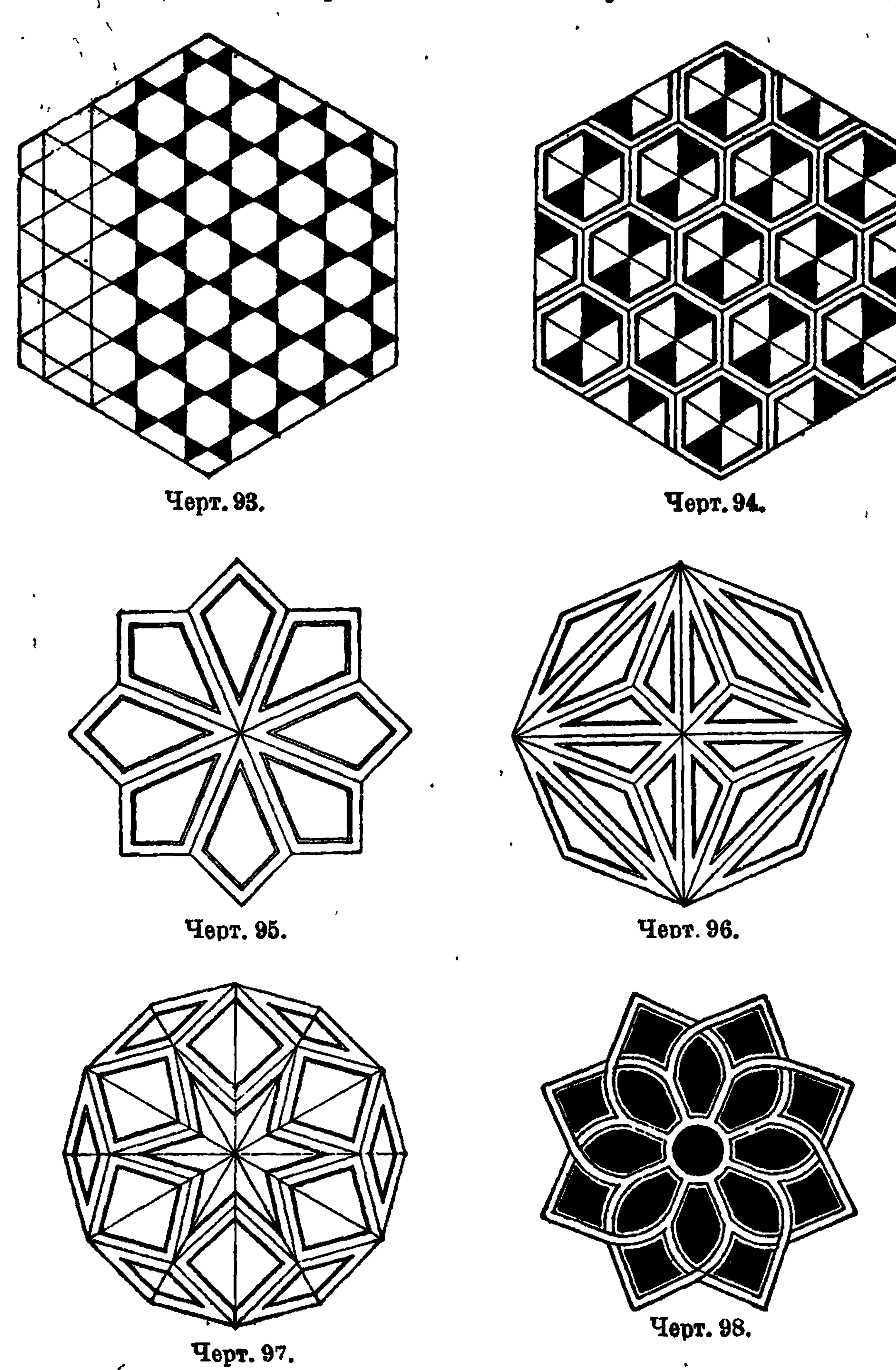
На черт. 89—98 представлено несколько разбивок многоугольных основных фигур; на черт. 89 и 90 — для пятиугольника, на черт. 91—94 — для шестиугольника; черт. 96 — для восьмиугольника. На черт. 97, в качестве основной фигуры, применен двенадцатиугольник и на черт. 95 и 98 — звездочка из восьмиугольника.



Черт. 89. Черт. 90

Черт. 91. Черт. 92.

Разбивки правильных многоугольников.



Черт. 93. Черт. 94.

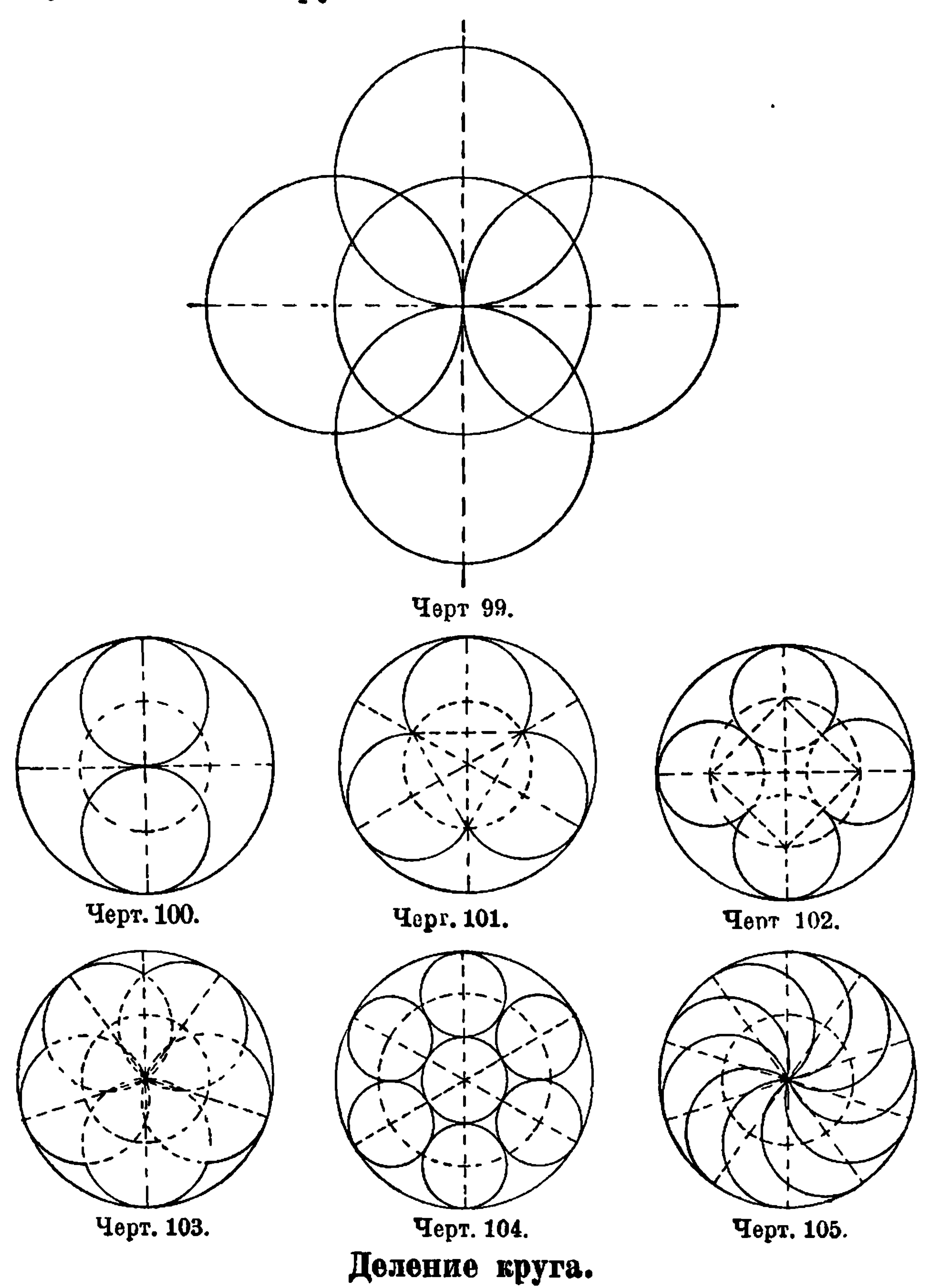
Черт. 95. Черт. 96.

Черт. 97. Черт. 98.

Разбивка правильных многоугольников.

Деление. круга.

Чертежи 99—111 показывают разнообразнейшие случаи деления круга.

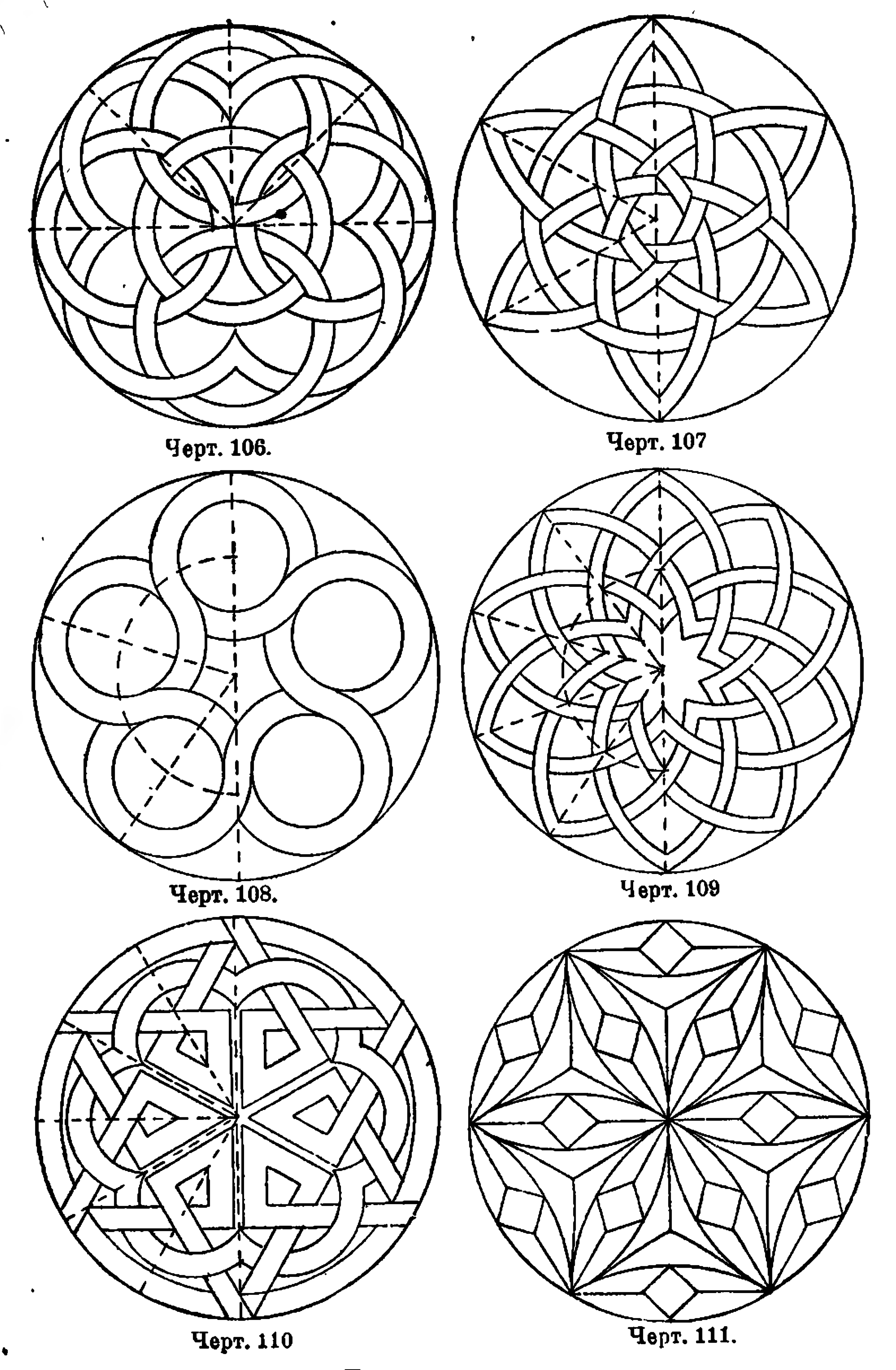


Черт 99.

Черт. 100. Черг. 101. Черт 102.

Черт. 103. Черт. 104. Черт. 105.

Деление круга.



Черт. 106.

Черт. 107

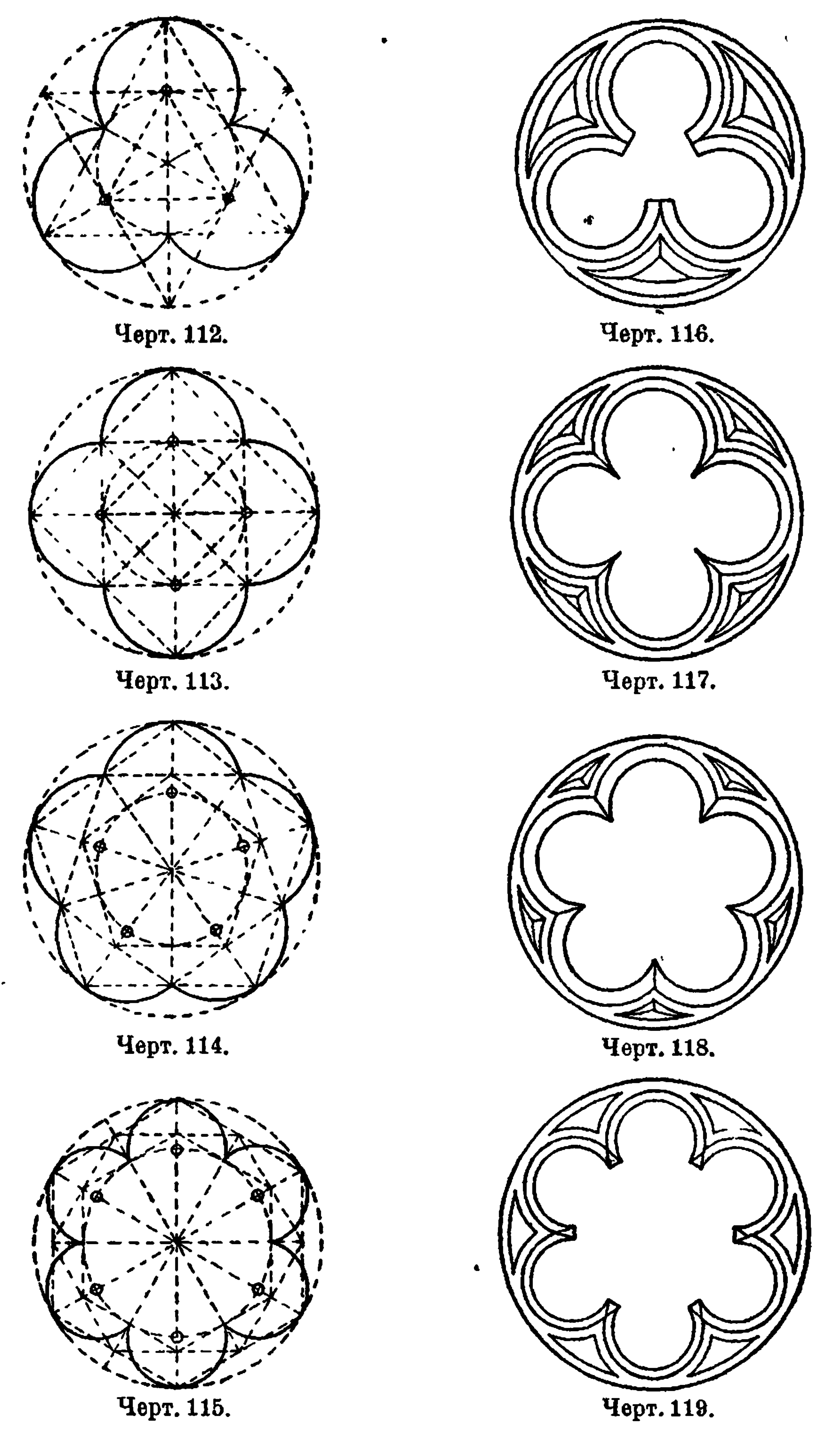
Черт. 108.

Черт. 109

Черт. 110

Черт. 111.

Деление круга.



Черт. 112. Черт. 116.

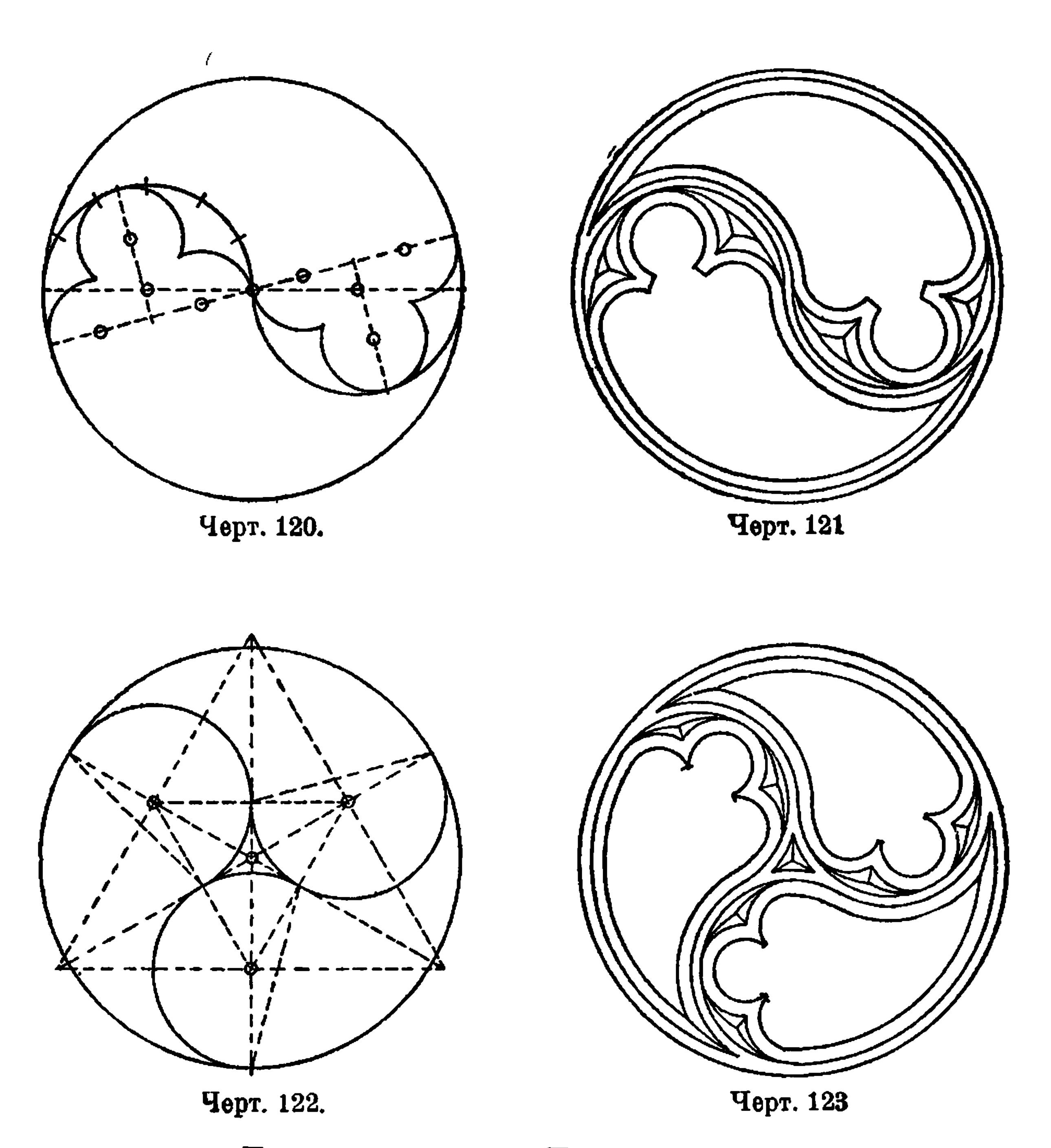
Черт. 113. Черт. 117.

Черт. 114. Черт. 118.

Черт. 115. Черт. 119.

Три дуги. Четыре дуги. Пять дуг. Шесть дуг.

Черт. 112—127 показывают также деления круга, в качестве основы для получения орнаментов из сочета-



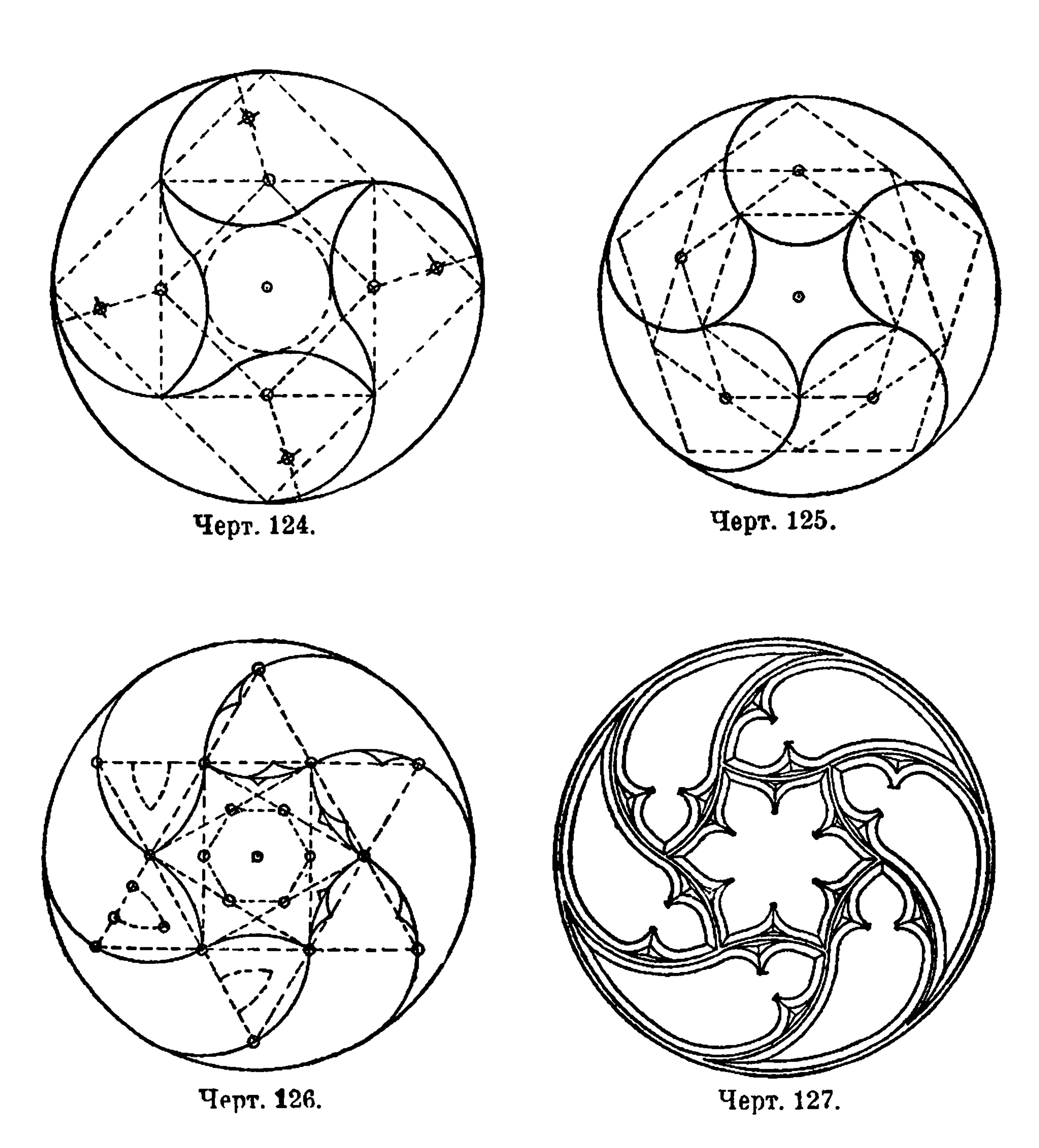
Черт. 120. Черт. 121

Черт. 122. Черт. 123

Две выкружки. Три выкружки.

ний круговых дуг, как они применяются в архитектуре, напр., в три, четыре, пять и шесть дуг (излучин),

(черт. 112—119); и в три, четыре, пять и шесть выкружек (черт. 120—127).



Черт. 124. Черт. 125.

Черт. 126. Черт. 127.

Четыре выкружки. Пять выкружек. Шесть выкружек.

II. Построение конических сечений, эллипса, параболы, гиперболы.

Построение эллипса.

Эллипс есть геометрическое место точек, сумма расстояний которых от двух неподвижных точек F и F_1 — фокусов, равна постоянной величине. Если разделить FF_1 (см. черт. 128) пополам в M и отложить $MA = MB$, равным половине суммы расстояний, то A и B будут точками эллипса. Последующие точки получим, если разделим протяжение AB в точках *1*, *2*, *3* на неравные части и опишем вокруг точек F и F_1 круги радиусами $A \cdot 1$, $B \cdot 1$, $A \cdot 2$, $B \cdot 2$, $A \cdot 3$, $B \cdot 3$ и т. д., каковые круги пересекаются в точках эллипса *I*, *II*, *III*. Если опишем круги вокруг F и F_1 радиусом MA, то получим на перпендикуляре к AB, проходящем через M, точки C и D. Прямые AB и CD называются главными осями эллипса. AB есть большая, CD — малая главная ось. M есть центр эллипса; точки A, B, C и D называются его вершинами. Главные оси являются осями симметрии кривой. Каждая хорда эллипса, проходящая через центр, как напр., $I \cdot I$, $II \cdot II$ и т. д., называется диаметром, он делится в центре пополам. Диаметры эллипса по длине неравны. AB есть больший, CD — меньший диаметр.

Построение касательной и нормали. Чтобы построить в некоторой точке напр., в *III* (см. черт. 128), касательную и нормаль, надо соединить *III* с обоими фокусами F и F_1 и разделить угол, образуемый соединительными линиями (с радиусами-векторами), пополам; внутренняя равноделящая угла дает нормаль, внешняя — касательную к эллипсу в точке *III*.

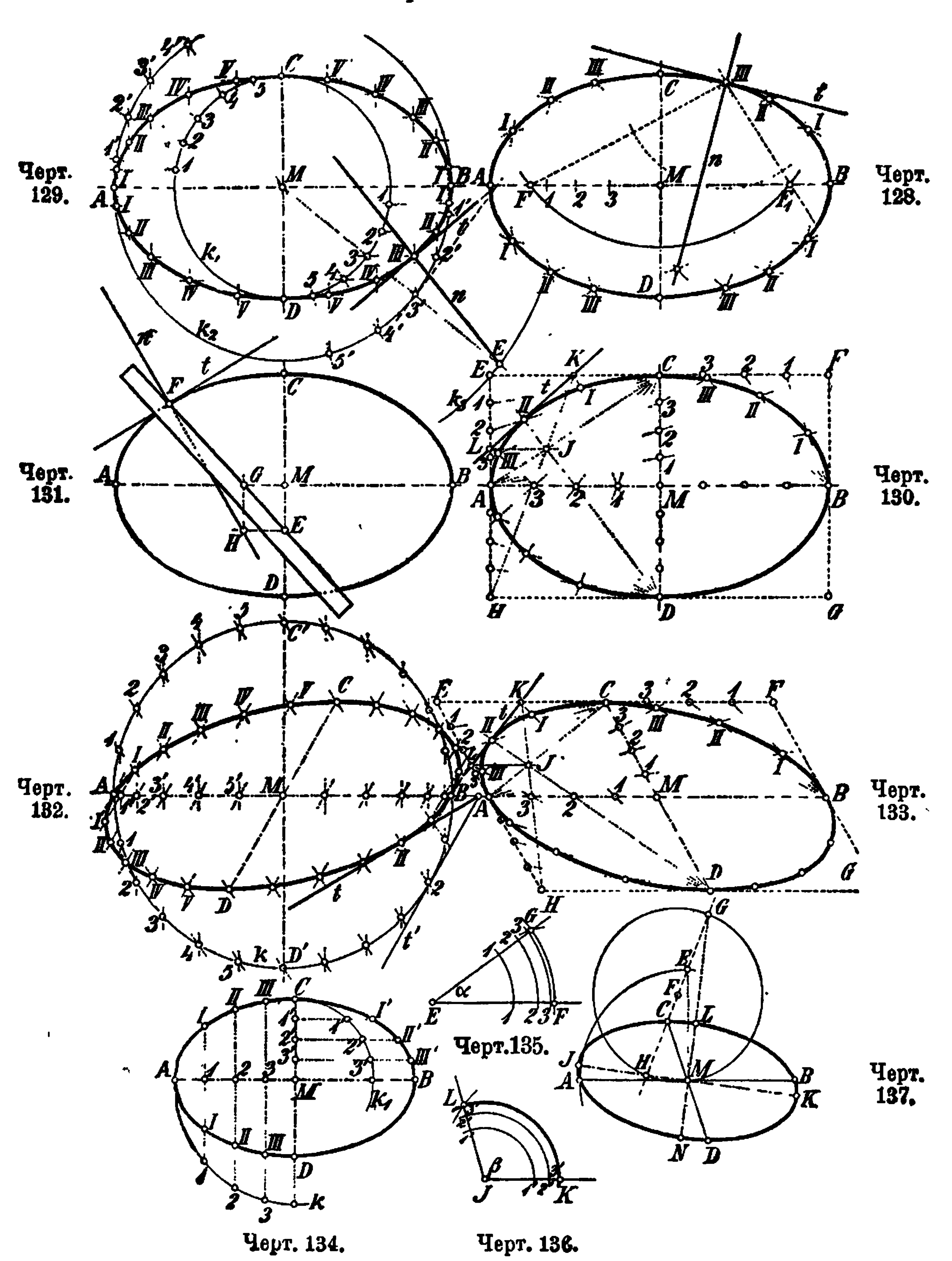
Другое построение эллипса. Даны обе главные

оси (см. черт. 129). Описываем вокруг центра *M* радиусами *MA* и *MB* круги k_1 и k_2. Если провести через *M* некоторое число лучей, которые пересекут круги k_1 и k_2 в точках *1*, *2*, *3* и через точки на k_1 провести параллели к большой оси, а через точки на k_2 — параллели к малой оси, то указанные параллели пересекутся между собою в точках эллипса *I*, *II*, *III* и т. д.

Еще одно построение эллипса. Даны две главные оси (см. черт. 130). Вычерчиваем прямоугольник *E*, *F*, *G*, *H*. Если разделить *AE* на четыре равные части и точно так же разделить *MA*, то линии, соединяющие точки деления на *AE* с точкой *C*, встретятся с линиями, соединяющими точки деления на *MA* с точкой *D*, в точках эллипса *I*, *II*, *III* и т. д. Тот же способ повторяется для других четвертей эллипса. Для построения можно также воспользоваться диаметром *AB*; тогда делят *CF* и *MC* и проводят лучи соответственно в *A* и *B*.

Построение касательной и нормали. Нормаль в точке *III* (см. черт. 129) получится, если провести *M3* до пересечения *E* с кругом k_3, описанным радиусом, равным сумме обоих полуосей. *EIII* есть нормаль, а перпендикуляр к ней есть касательная. Если хотят построить касательную без помощи нормали, то достаточно начертить касательную к кругу k_2 в точке *3'* и довести ее до пересечения с продолжением главной оси *AB*; линия соединения полученной точки пересечения с *III* и есть касательная к эллипсу.

Примечание. Как круг k_1, так и круг k_2 находятся с эллипсом в известной геометрической связи, характеризующейся тем, что точкам эллипса *I*, *II*, *III* и т. д. соответствуют определенные точки *1*, *2*, *3* на круге k_1 или *1'*, *2'*, *3'* на круге k_2 таким образом, что соединитель-


Черт. 129.
Черт. 128.
Черт. 131.
Черт. 130.
Черт. 132.
Черт. 133.
Черт. 135.
Черт. 137.
Черт. 134.
Черт. 136.

ные линии $I \cdot 1$, $II \cdot 2$, $III \cdot 3$, или $I \cdot 1'$, $II \cdot 2'$, $III \cdot 3'$ параллельны друг другу; и, кроме того, каждые две линии одной фигуры, как напр., $I \cdot III$ и $1 \cdot 3$, или $1' \cdot 3'$, пересекаются на одной прямой, а именно — на малой или на большой оси эллипса. Такая геометрическая зависимость называется сродством; две фигуры, находящиеся между собой в этой зависимости, называются сродственными между собою. Поэтому круги k_1 и k_2 сродственны эллипсу. Направление линии, соединяющей соответствующие точки, как $1 \cdot I$ или $1' \cdot I$ и т. д., называется направлением сродства; линия, на которой пересекаются соответствующие прямые, как $1 \cdot 3$ и $I \cdot III$, называется осью сродства. Соотношением сродства двух фигур очень часто пользуются для построений.

На черт. 130 касательная в какой-нибудь точке, напр., в точке II, получается, если точку J пересечения соединительной линии $D \cdot II$ и AC, соединить с H и провести, кроме того, через J параллель к AB. Линия HJ дает на EC точку K касательной в II; также параллель, проведенная через J к AB, определяет на AE точку L этой касательной.

Другое построение эллипса. Даны две главные оси (см. черт. 131). На полоске бумаги откладываем отрезки $EJ = MA$ и $FG = MC$. Если передвигать полоску так, чтобы точка E проходила малую ось в то время, как G остается неподвижно на большой оси, то точка F описывает при таком движении полоски эллипс. Перпендикуляры, восставленные к осям в точках пересечения E и G, пересекаются между собою в точке H нормали к эллипсу n в F. Касательная t к ней перпендикулярна.

Примечание. Только что указанное построение нор-

мали имеет для техники большое преимущество, если речь идет о том, чтобы найти направление швов при кладке но эллиптическаму своду. Построение это исполняется на шаблоне, причем вместо бумаги используется отрез доски.

Построение эллипса по сопряженным диаметрам.

Два диаметра AB и CD (см. черт. 132) эллипса называются сопряженными, если касательные в конечных точках одного диаметра параллельны другому диаметру. По двум таким диаметрам можно, не прибегая к главным осям, построить эллипс несколькими способами:

1-ое построение. Описываем (см. черт. 132) на AB, как на диаметре, круг k и делим его на несколько частей. Через точки деления *1*, *2*, *3* и т. д. проводим перпендикуляры к MA и через точки пересечения их $1'$, $2'$, $3'$... с MA — параллели к CD. Через точки *1*, *2*, *3*... на k проводим затем параллели к линии соединения CC'. Они встречаются с параллелями к CD в точках эллипса *I*, *II*, *III*... Построение касательной остается тем же, что на черт. 129. Проводим касательную к k в *2* и через точку пересечения ее с AB — касательную t к эллипсу в точке *II*.

Примечание. Эллипс и круг k представляют сродственные фигуры с осью сродства AB и направлением сродства CC'. Эллипс можно также построить, как фигуру, сродственную кругу, описанному на CD, как на диаметре. Читатель должен провести это построение самостоятельно.

2-ое построение. Пользуясь двумя сопряженными диаметрами AB и CD (см. черт. 133), можно построить эллипс тем же способом, который показан на черт. 130.

Построение исполнено на черт. 133 и соответствует в точности построению черт. 130; буквенное обозначение то же, что на черт. 130.

Построение эллипса с помощью сетки.

Даны две главные оси. Описываем на AB, как на диаметре, круг k (см. черт. 134), делим MA на части и проводим через точки деления перпендикуляры к MA. Уменьшаем половины круговых хорд в отношении двух главных осей с помощью пропорционального угла α (см. черт. 135). Берем $EF = MB$ и описываем вокруг E радиусом EF дугу, на которой откладываем $FG = MC$. Благодаря этому определяется угол α. Затем описываем радиусами $1 \cdot 1$, $2 \cdot 2$, $3 \cdot 3$ (см. черт. 134) вокруг E (см. черт. 135) круги; тогда длины $1 \cdot 1$, $2 \cdot 2$, $3 \cdot 3$ (см. черт. 135) определяют расстояния точек эллипса I, II, III (см. черт. 134) от MA.

Подобным же путем можно для построения эллипса воспользоваться малой осью. С помощью угла пропорциональности β (см. черт. 136) ($JK = JL = MC$, $LK = MB$) увеличиваем круговые хорды $1' \cdot 1'$, $2' \cdot 2'$, $3' \cdot 3'$ в отношении осей эллипса и получаем таким образом точки эллипса I', II', III'.

Построение главных осей эллипса по сопряженным диаметрам.

Даны два диаметра AB и CD (см. черт. 137). Проводим $ME = MA$ перпендикулярно к MA; затем, проводим CE, делим пополам CE в F и описываем вокруг F проходящий через точку M круг k, который пересекает продолжение CE в двух точках G и H, через которые проходят главные оси эллипса. Длины главных осей: $AB = 2HE$ и $CD = 2EG$.

Построение параболы.

Парабола есть геометрическое место всех точек, которые имеют одинаковые расстояния от неподвижной точки F (см. черт. 138) — фокуса, и от неподвижной прямой a — директрисы.

1-ое построение параболы. Даны фокус F и директриса a. Перпендикуляр к a, проведенный через F, дает ось параболы, на которой лежит вершина параболы в точке C деления отрезка FB пополам. Дальнейшие точки параболы получатся, если взять произвольные точки 1, 2, 3, 4 и т. д. на оси. Если описать вокруг F, как центра, круги радиусами $B \cdot 1$, $B \cdot 2$, $B \cdot 3$ и т. д., то последние пересекутся с параллелями к директрисе, проведенными в точках 1, 2, $3 \ldots$, в точках параболы I, II, $III \ldots$ Перпендикуляр в точке C к оси дает касательную t у вершины параболы.

Касательная и нормаль в произвольной точке параболы, напр., точке II. Проводим IIF и опускаем из II перпендикуляр IIH на a. Внутренняя равноделящая угла $HIIF$ дает касательную t; перпендикуляр к ней будет нормалью n.

Другое построение параболы. 1. Дана вершина a, ось AB и точка C (см. черт. 139). Чертим прямоугольник $ABCD$, делим в нем отрезки CD и CB на равные части и проводим через точки деления на BC линии, параллельные оси параболы, а точки деления на CD соединяем с A. Прямые, проходящие через точки деления одного наименования, пересекаются в точках параболы I, II, III и т. д.

2. Вычерчиваем прямоугольник $ABC'D'$ (см. черт. 139), делим стороны AB и BC' на части. Через точки деления на BC' проводим параллели к оси параболы,

а точки деления на AB соединяем с C; прямые, проходящие через точки одного наименования, дают в пересечении точки параболы.

Построение касательной и нормали. Опускаем из какой-либо точки, напр., V (см. черт. 139) перпендикуляр на ось параболы (основание перпендикуляра случайно совпадает с точкой 3 на AB) и получаем $AE = A \cdot 3$; тогда E есть точка касательной t в точке V, перпендикуляр к t в V дает нормаль n.

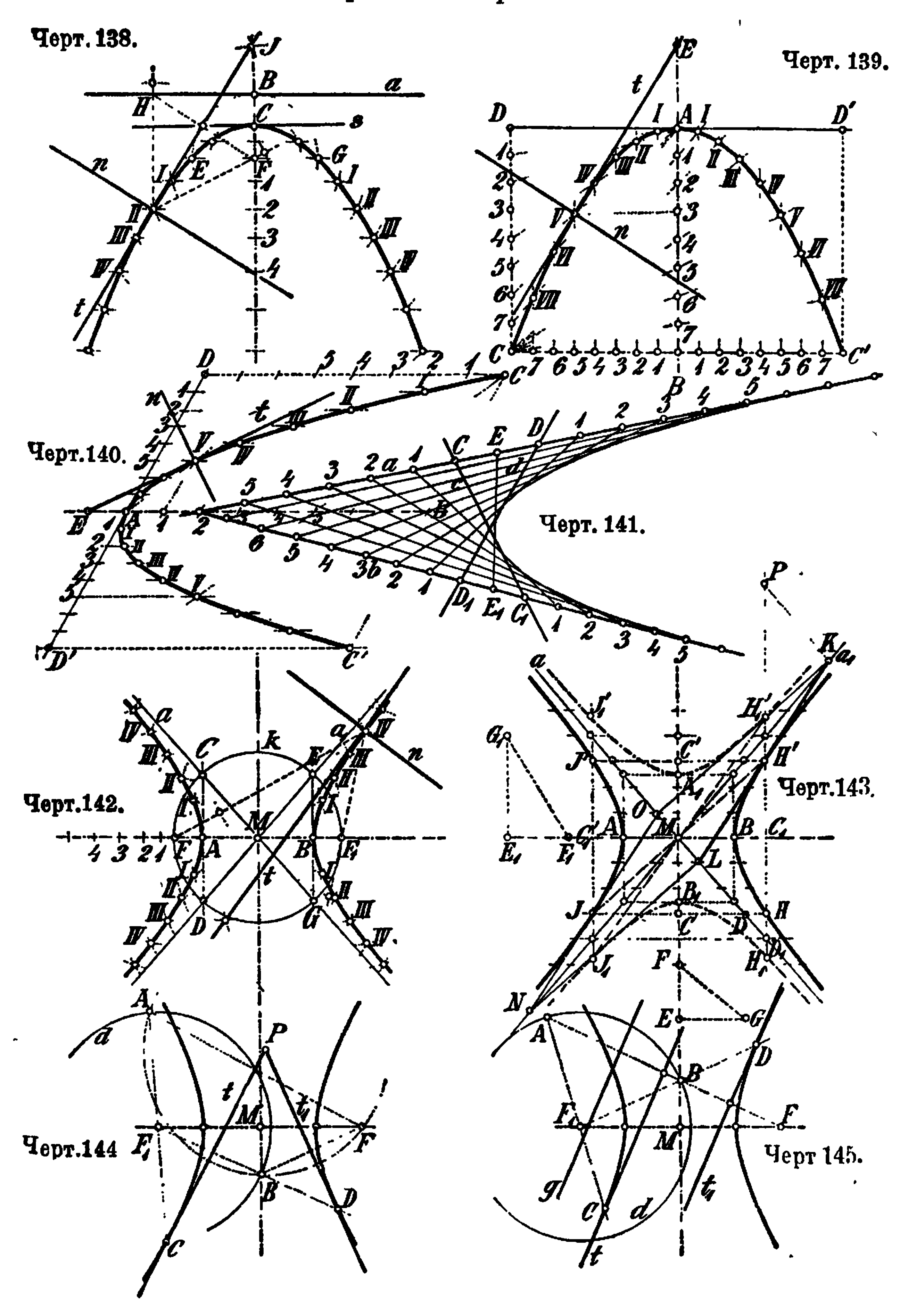
3. Дана точка A, касательная к AD в точке A, направление оси и точка C (см. черт. 140).

a) Строим параллелограмм $ABCD$ и поступаем в остальном, как показано на черт. 139 (левая сторона).

b) Строим параллелограмм $ABC'D'$ и в остальном поступаем, как на черт. 139 (правая сторона).

Для построения касательной в произвольной точке, напр. V (см. черт. 140), проводим через V параллель к AD, которая встречает прямую AB (случайно) в точке 1 и полагаем $AE = A \cdot 1$; тогда E есть точка касательной t в V; перпендикуляр к ней дает нормаль n.

4. Даны четыре касательные к параболе a, b, c, d (см. черт. 141). Требуется найти произвольное число других касательных. Касательные C и d дают на a и b точки пересечения C, D или C_1, D_1; если разделить пополам CD в E и C_1D_1 в E_1, то линия соединения EE_1 есть касательная к параболе. Если отложить отрезок DE, от D или C на a до 1, 2, 3 и т. д. и отрезок D_1E_1 от D_1 или C_1 на b до 1, 2, $3\ldots$, то линии соединения $1 \cdot 1$, $2 \cdot 2$, $3 \cdot 3$ и т. д. суть дальнейшие касательные.


Черт. 138.
Черт. 139.
Черт. 140.
Черт. 141.
Черт. 142.
Черт. 143.
Черт. 144
Черт 145.

Построение гиперболы.

Гипербола есть геометрическое место точек, разность расстояний которых от двух неподвижных точек F и F_1 — фокусов, есть данная величина.

1-ое построение гиперболы. Если провести (см. черт. 142) FF_1, отрезок FF_1 разделить в M пополам и отложить на FF_1 в обе стороны от M отрезки $MA = MB$, равные половине данной разности расстояний, то A и B — две точки гиперболы, называющиеся вершинами гиперболы. Линия AB есть действительная ось гиперболы, в противоположность мнимой оси, которая проходит через M перпендикулярно к AB. Если взять на AB произвольные точки $1, 2, 3 \dots$ и описать из F и F_1 радиусами $1 \cdot A$ и $1 \cdot B$, $2 \cdot A$ и $2 \cdot B$, $3 \cdot A$ и $3 \cdot B$ круги, то пересечения их дадут точки I, II, III гиперболы.

Примечание. Если описать вокруг центра гиперболы радиусом MF круг k, то последний пересекается с перпендикулярами, восставленными к AB в A и B, в точках C, D, E и G. Линии соединения MCG и MDE называются асимптотами гиперболы, они касаются гиперболы в бесконечно-удаленном расстоянии. Гипербола простирается по двум направлениям в бесконечность. Всякая прямая, проходящая через центр и пересекающая гиперболу, называется диаметром гиперболы.

Построение касательной и нормали в произвольной точке гиперболы, напр. IV (см. черт. 142). Соединяем IV с F и F_1. Внутренняя равноделящая угла $FIVF_1$ определяет касательную t, внешняя — нормаль n для точки IV гиперболы.

2-ое построение гиперболы. Даны вершины A и B и две асимптоты a и a_1 (см. черт. 143). Двумя верши-

нами A и B определяется по величине и по положению действительная ось, мнимая же ось определяется ими по положению. Если взять на последней произвольную точку C, провести через C параллель к AB и построить прямоугольный треугольник EFG, в котором один катет EF равен действительной полуоси MA, а другой катет равен отрезку CD, то гипотенуза FG равна расстоянию точек H и J гиперболы, лежащих на линии CD, от ее мнимой оси MC. Следовательно, достаточно отложить $CH = CJ = FG$, чтобы получить точки H и J гиперболы. Симметрично с C относительно AB лежит точка C', и на параллели к AB, проходящей через C', лежат точки H' и J', симметричные с H и J относительно AB. Остается повторить построение для каждой следующей параллели к оси AB.

Построение касательной и нормали в произвольной точке, напр. — H' (см. черт. 143). Проводим через H' перпендикуляр к AB до пересечения в D_1 с асимптотой a и полагаем $H'P = H'D_1$; параллельная a линия PK, встречает a_1 в некоторой точке K касательной к гиперболе в точке H'.

Примечание. Если начертить прямоугольник, вершины которого лежат на асимптотах a и a_1 и две стороны которого являются касательными к гиперболе в вершинах A и B, то таким образом получаются точки A_1 и B_1 на мнимой оси гиперболы, как вершины второй гиперболы с теми же асимптотами a и a_1. Эта вторая гипербола обозначена на чертеже пунктиром; она называется сопряженной с первоначальной гиперболой. Ее точки определяются подобным же образом, как в первоначальной гиперболе. Проведем, напр., через C_1 параллель к A_1B_1 и положим $E_1F_1 = MA_1$, $E_1G_1 = C_1D_1$; тогда $C_1H_1 = C_1H_1' = F_1G_1$ и т. д. Сопря

женные диаметры гиперболы получатся, если в некоторой точке, напр., в H', провести касательную к гиперболе, а также в точке пересечения J линии MH' с гиперболой; эти касательные пересекают асимптоты в четырех точках K, L, N, O параллелограмма, для которого линии OK и NL суть касательные к сопряженной гиперболе. Линия $H_1' J_1$, соединяющая середины OK и NL, есть сопряженный с $H'J$ диаметр гиперболы.

Построение касательной к коническому сечению, из точки, лежащей вне его.

Мы предполагаем, что в коническом сечении даны фокусы и, кроме того, одна точка кривой.

Построение одно и то же для всех трех конических сечений. Если кривая — эллипс, и P есть данная точка (см. черт. 146), то мы описываем вокруг одного из фокусов F_1 радиусом, равным большой оси, круг d и, кроме того, вокруг P проходящий через второй фокус F круг, который пересекает d в точках A и B. Искомые касательные расположены тогда перпендикулярно к линиям AF и BF; их точки касания C и D лежат на соединительных линиях AF_1 и BF_1. Для гиперболы (см. черт. 144) нужно повторить дословно то же самое. Для параболы (см. черт. 147) построение упрощается тем, что круг d переходит в прямую d, положение которой известно. Круг вокруг P, проходящий через F, пересекает d в A и B. Касательные перпендикулярны к FA и FB, точки касания их C и D находятся на параллелях к оси, проходящих через A и B.

Примечание. Если вместо точки P дана прямая g, параллельно которой требуется провести касательные к коническому сечению, то построение остается таким

же, как прежде, только круг с центром P, проходящий через F, переходит в перпендикуляр к прямой g, проходящий через F (см. черт. 145, 148 и 149).

Из внележащей точки, или параллельно некоторой прямой, можно провести к коническому сечению не более двух касательных. Как обстоит в данном случае дело с параболой?

III. Некоторые свойства конических сечений, имеющие значение для чертежника: полюс, поляра, теоремы Паскаля и Брианшона.

1. Полюс и поляра конического сечения. Если провести из некоторой точки P (см. черт. 150) секущие к коническому сечению PAA_1, PBB_1, $PCC_1 \ldots$ и соединить AB_1 и A_1B, BC_1 и B_1C, то точки пересечения X и Z будут лежать на прямой p. Прямая p называется полярой точки P относительно конического сечения, а точка P есть полюс поляры p. Если P лежит вне конического сечения, то поляра p пересекает его в двух точках E и F, точках касания к коническому сечению, лежащих на касательных, которые возможно провести из p (см. также черт. 146). Если P лежит внутри конического сечения k, то p лежит вне k; если P лежит на k, то p проходит через P и является касательной к k в точке P. Если P удаляется в бесконечность, то поляра p проходит через центр M конического сечения k.

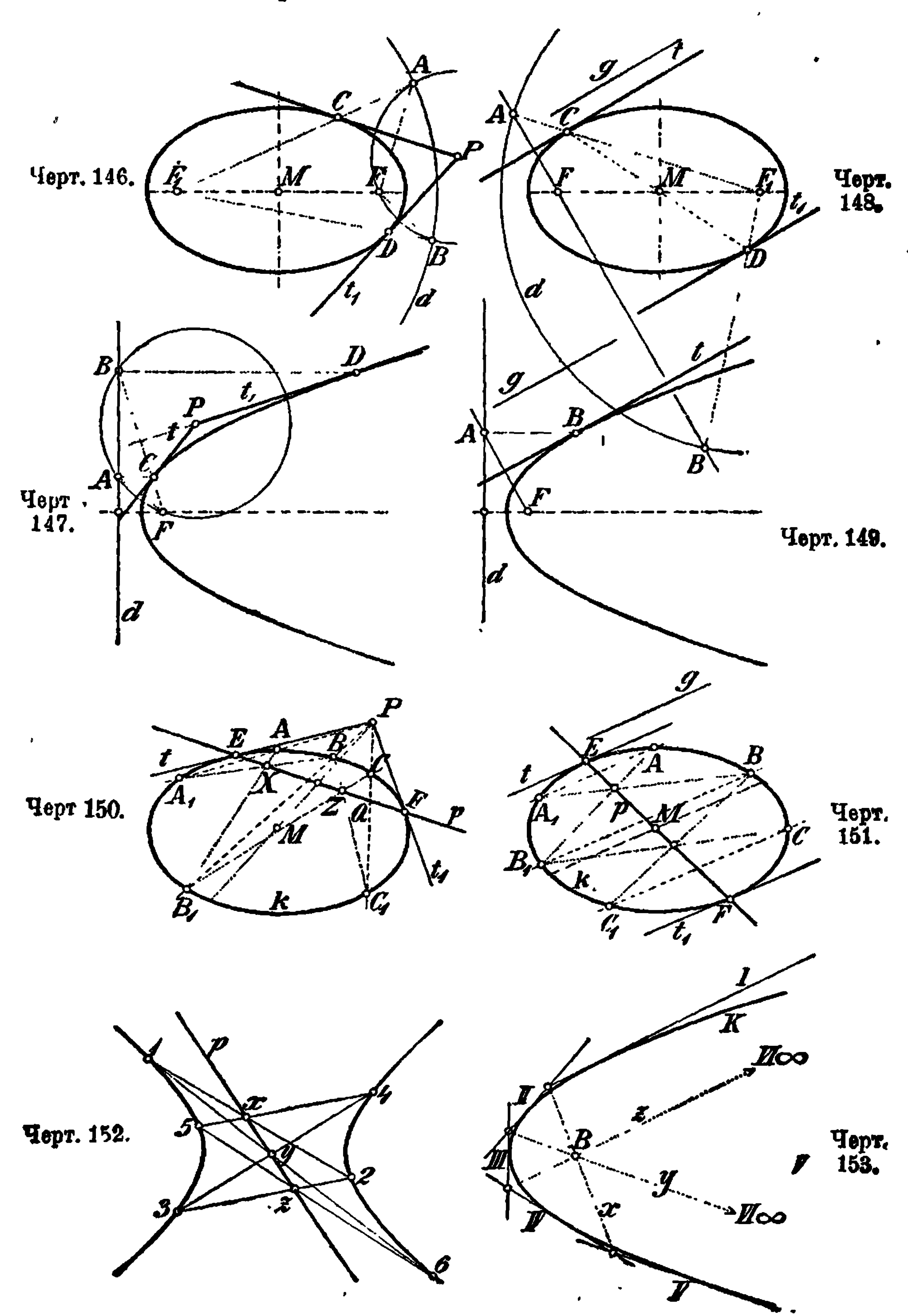
Секущая, напр., секущая PC_1 (см. черт. 150), встречает p в Q, а точки P и Q делят хорду CC_1 в одинаковом отношении, т. е. $\frac{PC}{PC_1} = -\frac{QC}{QC_1}$.

Четыре точки $PQCC_1$ называются четырьмя гармоническами точками; P и Q гармонически сопряжены с C и C_1. Это свойство относится ко всем секущим, проходящим через полюс. В случае, показанном на черт. 151, секущие, а также и касательные становятся параллельными данному направлению g; а поляра является сопряженным с направлением g диаметром, в котором все хорды, параллельные g, делятся пополам.

2. Теорема Паскаля. Какие-нибудь шесть точек конического сечения образуют шестиугольник Паскаля, напр., точка $1 \cdot 2 \ldots 6$ (черт. 152). Стороны $1 \cdot 2$ и $4 \cdot 5$, $2 \cdot 3$ и $5 \cdot 6$, $3 \cdot 4$ и $6 \cdot 1$ называются противоположными; точки пересечения их лежат на одной прямой p — линии Паскаля.

3. Теорема Брианшона. Шесть касательных конического сечения, напр., I, II, III, IV, V и бесконечно удаленная касательная VI параболы (см. черт. 153), составляют шестисторонник Брианшона. Точки пересечения $I \cdot II$ и $IV \cdot V$, $II \cdot III$ и $V \cdot VI$, $III \cdot IV$ и $VI \cdot I$ называются противоположными вершинами шестисторонника, и линии соединения их пересекаются в одной точке B, точке Брианшона.

С помощью теорем Паскаля и Брианшона можно решать самые разнообразные задачи по коническим сечениям. В дальнейшем мы коснемся только самых интересных и важных для чертежника построений. Из обоих теорем следует, прежде всего, что коническое сечение определяется пятью, друг от друга независимыми, элементами, напр. — точками или касательными, и что, имея их, можно построить произвольное число дальнейших точек и касательных.



Черт. 146.

Черт. 148.

Черт. 147.

Черт. 149.

Черт 150.

Черт. 151.

Черт. 152.

Черт. 153.

Несколько задач на построение конических сечений.

Задача. Даны пять точек *1*, *2*, *3*, *4* и 5 (см. черт. 154) конического сечения; требуется найти произвольное число других точек.

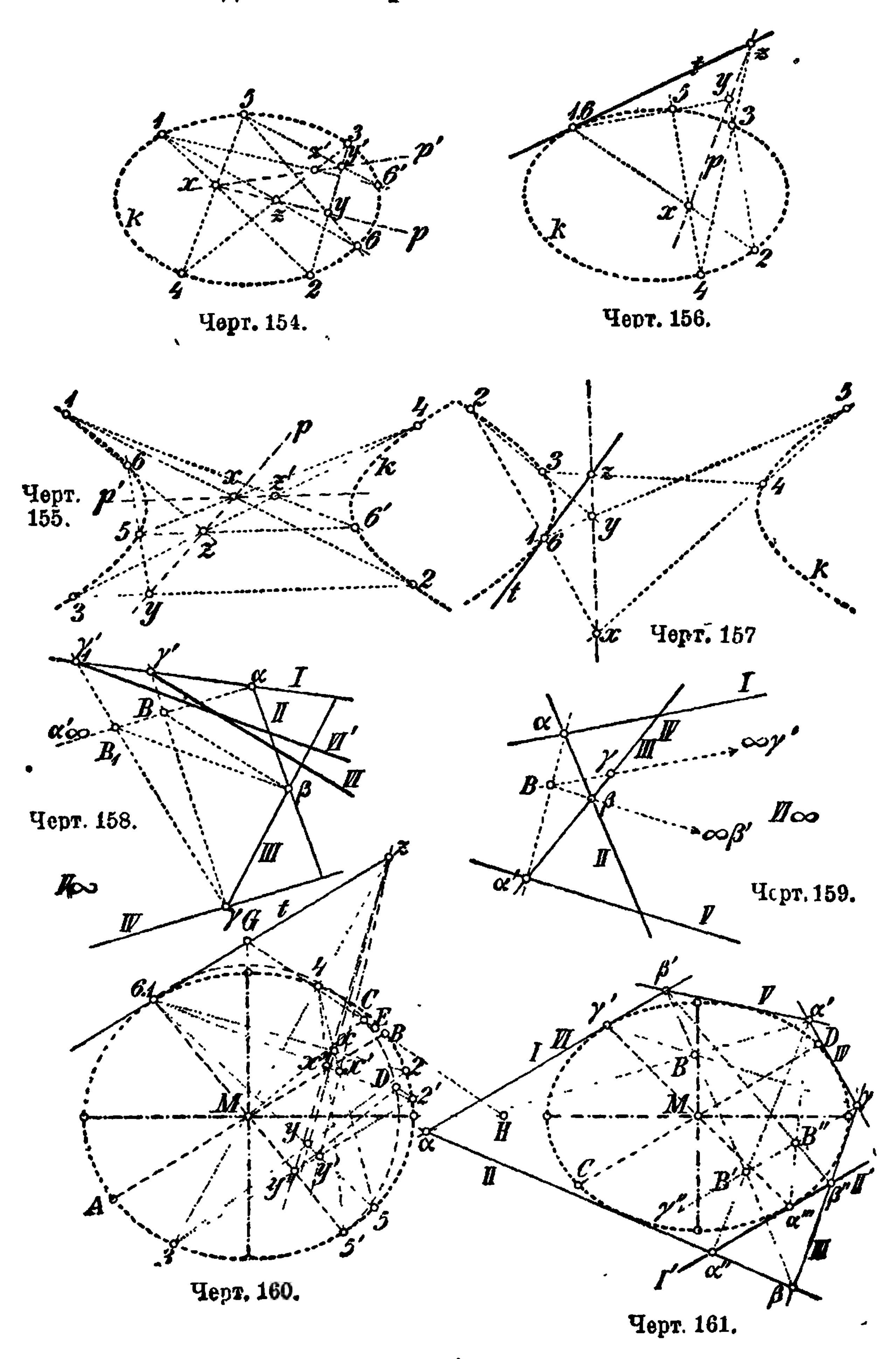
Решение. Определяем точку x пересечения $1 \cdot 2$ и $4 \cdot 5$ и проводим через x произвольную прямую p, как линию Паскаля; тогда получаем точку y на пересечении $2 \cdot 3$ с p, через которую должна проходить линия $5 \cdot 6$. Линия же p пересекает также соединительную линию $3 \cdot 4$ в некоторой точке z, через которую проходит $1 \cdot 6$. Следовательно, точка *6* лежит на пересечении $z \cdot 1$ и $y \cdot 5$. Для любого большого числа линий p, проходящих через x, получается бесчисленное множество точек *6* конического сечения k. На черт. 154 приведено построение для эллипса, на черт. 155 — для гиперболы.

Задача. Даны пять точек конического сечения; найти касательную в одной из точек, напр., в *1*.

Решение. Касательная есть линия, соединяющая две бесконечно-близкие точки кривой; поэтому можно точку *1* обозначить, как двойную, напр., $1 \cdot 6$. Тогда будут известны шесть точек конического сечения: *1*, *2*, *3*, *4*, *5*, *6*, и, применяя теорему Паскаля, имеем линию $1 \cdot 6$, или t. Линии $1 \cdot 2$ и $4 \cdot 5$ пересекаются в x, $2 \cdot 3$ и $5 \cdot 6$ — в y, отсюда определяется p и вместе с тем точка пересечения z линий $3 \cdot 4$ и p. Через z проходит искомая касательная $1 \cdot 6$; на черт. 156 исполнено построение для эллипса, на черт. 157 — для гиперболы.

Задача. Даны четыре касательные к параболе, найти любое количество других касательных.

Решение. Пусть данные касательные (см. черт. 158)



Черт. 154.

Черт. 156.

Черт. 155.

Черт. 157

Черт. 158.

Черт. 159.

Черт. 160.

Черт. 161.

обозначены через I, II, III, IV, бесконечно удаленная прямая — через V. Линия, соединяющая точки пересечения I, II и IV, V, проходит через точку α параллельно IV. Если на этой параллели примем точки B, B_1 за точки Брианшона, то соединительные линии $\gamma B, \gamma B_1$ дают на I точки γ', γ_1', и дальнейшие искомые касательные VI, VI' параллельны соединительным линиям βB, βB_1 и проходят через γ' и γ_1'.

Задача. Даны четыре касательные к параболе; найти на одной из них, напр., на III, точку касания (см. черт. 159).

Решение. Точку касания касательной к коническому сечению следует принять за точку пересечения двух следующих друг за другом касательных. Касательная III, на которой требуется найти точку касания, может быть поэтому обозначена через $III \cdot IV$. Тогда определяется шестисторонник Брианшона I, II, III, IV, V, VI и вместе с ним точка Брианшона B. $I \cdot II$ и $IV \cdot V$ дают линию соединения $\alpha\alpha'$, II и III пересекаются в β, параллель к V через β определяет на $\alpha\alpha'$ точку Брианшона B, и параллель, проведенная к I через B, встречает III в искомой точке γ.

Задача. Даны пять точек конического сечения (эллипса), найти его главные оси (см. черт. 160).

Решение. Если данные точки суть 1, 2, 3, 4, 5, то находим сперва касательную t в 1; затем проводим параллель к t через одну из остальных точек, напр., 3, и строим на этой параллели точку $2'$ посредством шестиугольника 1, $2'$, 3, 4, 5, 6. Затем соединяем $6 \cdot 1$ с серединой y'' хорды $2' \cdot 3$ и определяем вторую точку пересечения $5'$ этой соединительной линии с коническим сечением. Линия $1 \cdot 5'$ есть диаметр, и его середина — центр конического сечения. Параллель

к t через M дает положение диаметра, сопряженного с $1 \cdot 5'$, длину которого находим из круга, описанного на $1 \cdot 5'$, как на диаметре. Проводим через точку y'' вертикаль $y''D$ до круга, соединяем $2'D$, проводим через M перпендикуляр MC к $1 \cdot 5'$ и через точку C (пересечение перпендикуляра MC на $1 \cdot 5'$ с кругом) параллель к $D2'$; получается конечная точка B радиуса MB. Из сопряженных диаметров AB и $1 \cdot 5'$ легко находятся и оси (см. черт. 137).

Задача. Даны пять касательных к коническому сечению (эллипсу), найти центр и главные оси (см. черт. 161).

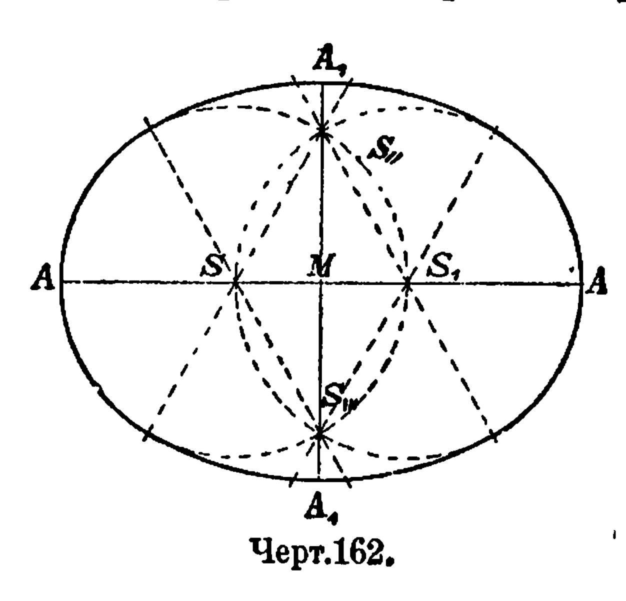
Решение. Даны пять касательных I, II, III, IV, V. На одной из касательных, напр., на I, находим сначала точку касания γ'. Затем строим касательную I', параллельную I с помощью шестиугольника I, II, III, IV, V, VI и на I' — точку касания α'''. Этим определяется диаметр $\gamma'\alpha'''$, центр M и положение диаметра, сопряженного с $\gamma'\alpha'''$. Если на одной из остальных касательных найти точку касания, то подобным же образом, как и в предыдущей задаче, определяется длина CD диаметра, сопряженного с $\gamma'\alpha'''$, после чего легко определяются главные оси (см. черт. 137).

IV. Построение коробовой кривой и овоидального сечения.

Построение коробовой кривой.

Вместо дуги эллипса на практике часто применяется линия, составленная из дуг круга, называемая коробовой кривой или просто коробовой:

1-ое построение. Дана прямая AA (см. черт. 162). Делим в точках S и S_1 прямую AA на три равные части и описываем из этих точек радиусами SA и S_1A дуги, пересекающиеся между собою в точках $S_{,,}$ и $S_{,,,}$. Через точки $S_{,,}$ и $S_{,,,}$ проводим прямые, проходящие также через S и S_1, до пересечения с обоими дугами, описанными вокруг S и S_1; найденными длинами пользуемся, как радиусами, для дальнейших кругов, описанных вокруг $S_{,,}$ и $S_{,,,}$, которые замыкают коробовую кривую и пересекают перпендикуляр к AA, проходящий через середину M, в точках A_1, A_1. Если определить отношение полуосей $MA:MA_1$, то получается 1:0,756, или приближенно 4:3.



Черт.162.

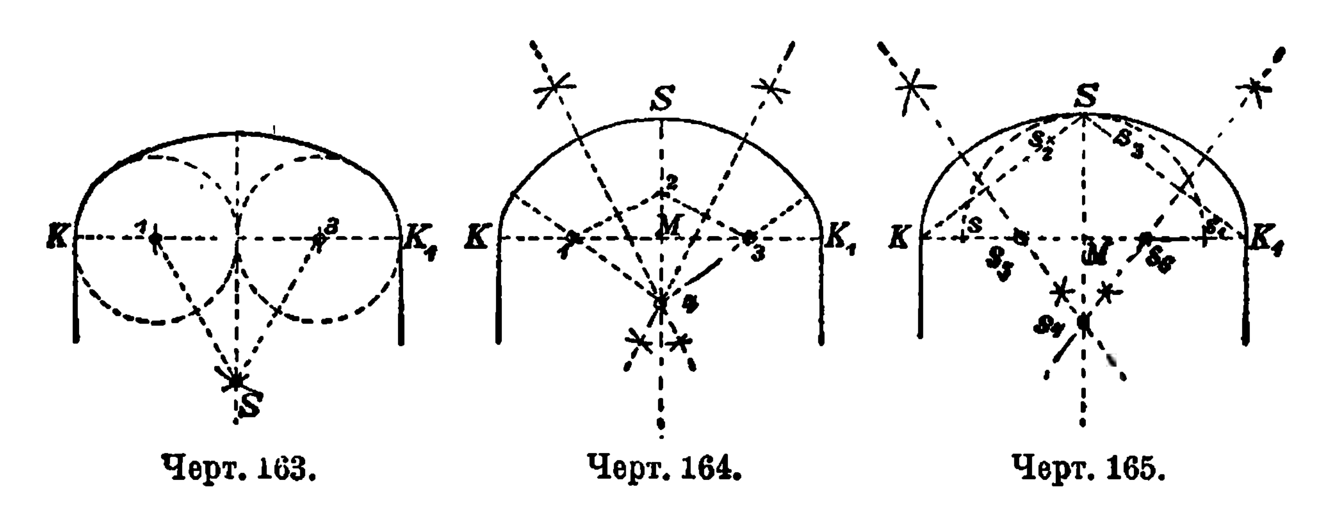
2-ое построение. Дано KK_1 (см. черт. 163). Делим KK_1 на четыре равные части, описываем вокруг точек деления *1* и *3* круговые дуги, проходящие через K и K_1. Третий круг, центр которого лежит в третьей вершине равностороннего треугольника, построенного на *1*, *3*, как на стороне, соединяет описанные первоначально дуги в коробовую кривую, представленную на черт. 163. Здесь отношение осей 1:0,634, т. е. приближенно 8:5*).

3-е построение. Даны K, K_1 и S (см. черт. 164). Полагаем $S \cdot 2 = K \cdot 1 = K_1 \cdot 3$ равным произвольному отрезку, меньшему, однако, чем KM и SM, соединяем

*) В то время как эти два построения дают коробовые кривые с определенным отношением осей, при котором, следовательно, может быть задана только одна ось, в последующем обе оси могут быть заданы произвольно.

1, *2* и восставляем в середине *1*, *2* перпендикуляр, который встречает продолжение SM в *4*. Точки *1*, *4* и *3* суть центры кругов для коробовой кривой.

4-ое построение. Даны K, K_1 и S (см. черт. 165).



Черт. 163. Черт. 164. Черт. 165.

Полагаем $Ms = Ms_1 = MS$, проводим SK и SK_1 и переносим отрезки Ks в $Ss_2 = Ss_3$. Средние перпендикуляры к Ks_2 и K_1s_3 пересекаются в s_4 на MS и встречают линию KK_1 в s_5 и s_6. Точки s_5, s_4 и s_6 суть центры кругов для коробовой кривой*).

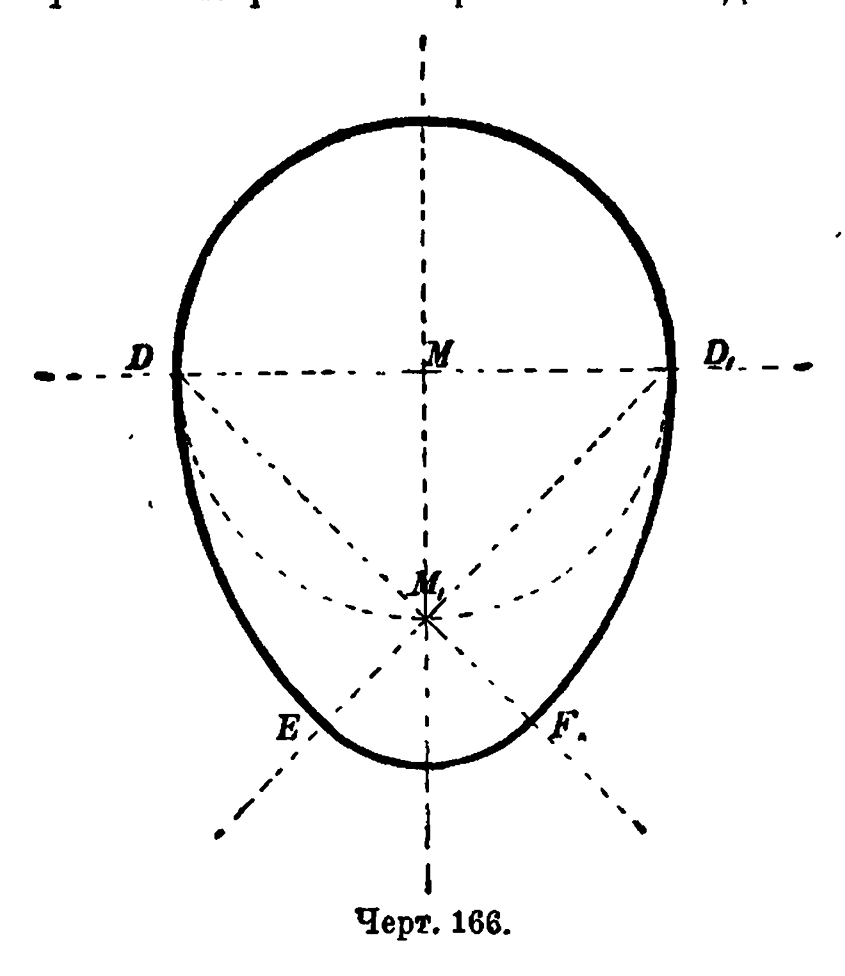
Построение овоидального сечения.

Соединением нескольких круговых линий можно получить овоидальное сечение (см. черт. 166 и 167).

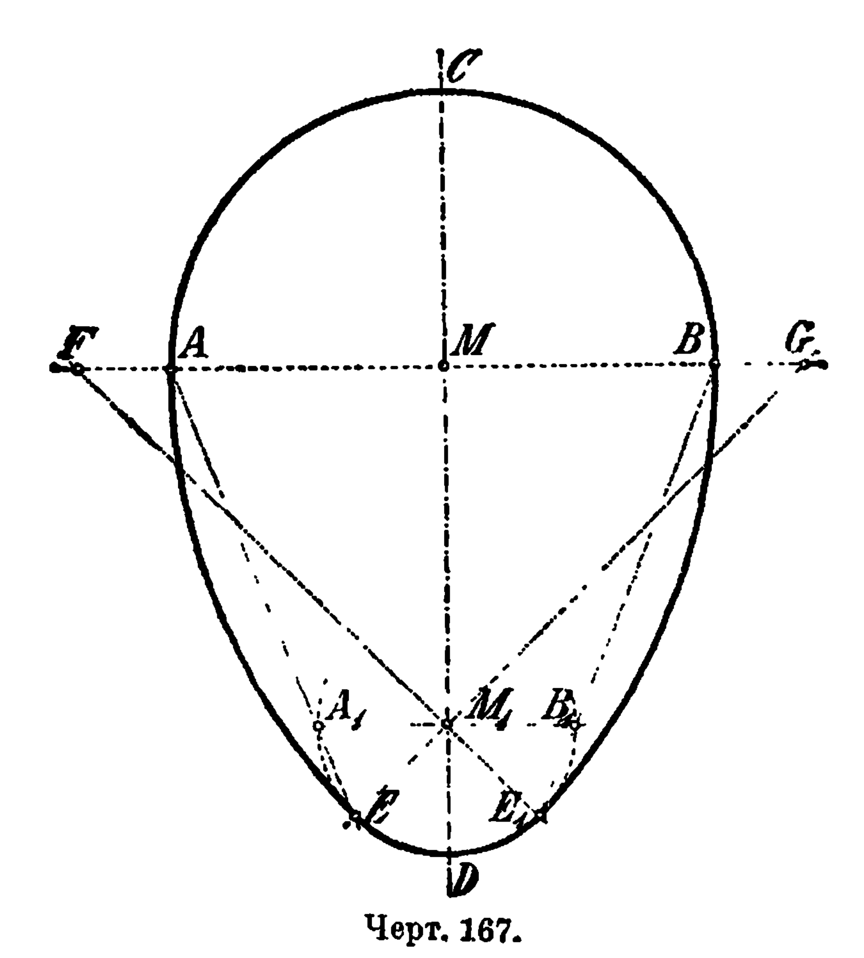
1-ое построение. Дано DD_1. Описываем на DD_1, как на диаметре, круг и проводим DM_1 и D_1M_1. Точки D, D_1 и M_1 суть центры для круговых дуг D_1F, DE и EF овоидальной кривой.

2-ое построение. Даны AB и MD. Описываем на AB, как на диаметре, полуокружность ACB; берем на MD произвольно точку M_1 и чертим вокруг центра

*) Это построение (4), превосходит (3) том, что — как при (1) и (2) — средний круг пересекает оба крайних таким образом, что касательные кругов совпадают в точках пересечения, чего нет в третьем построении.



Черт. 166.



Черт. 167.

Овалы.

дугу A_1DB_1, причем радиус M_1D должен быть, конечно, меньше, чем MA. Если провести A_1B_1 через M_1 параллельно AB, то соединительные линии AA_1 и BB_1 пересекают дугу круга $M_1A_1D_1B_1$ в точках E и E_1, а прямые EM_1 и E_1M_1 определяют на AB центры G и F для дуг круга AE и BE_1.

V. Применение круга к определенным очертаниям сводов.

Круговая линия находит большое применение, как линия очертания сводов, для перекрытия стенных отверстий перемычками, которые, вследствие незначительной глубины их, называются в строительной технике, в отличие от сводов в собственном смысле, арками стен. По виду направляющей кривой различаются следующие арки:

1. Полуциркульные арки (см. черт. 168).

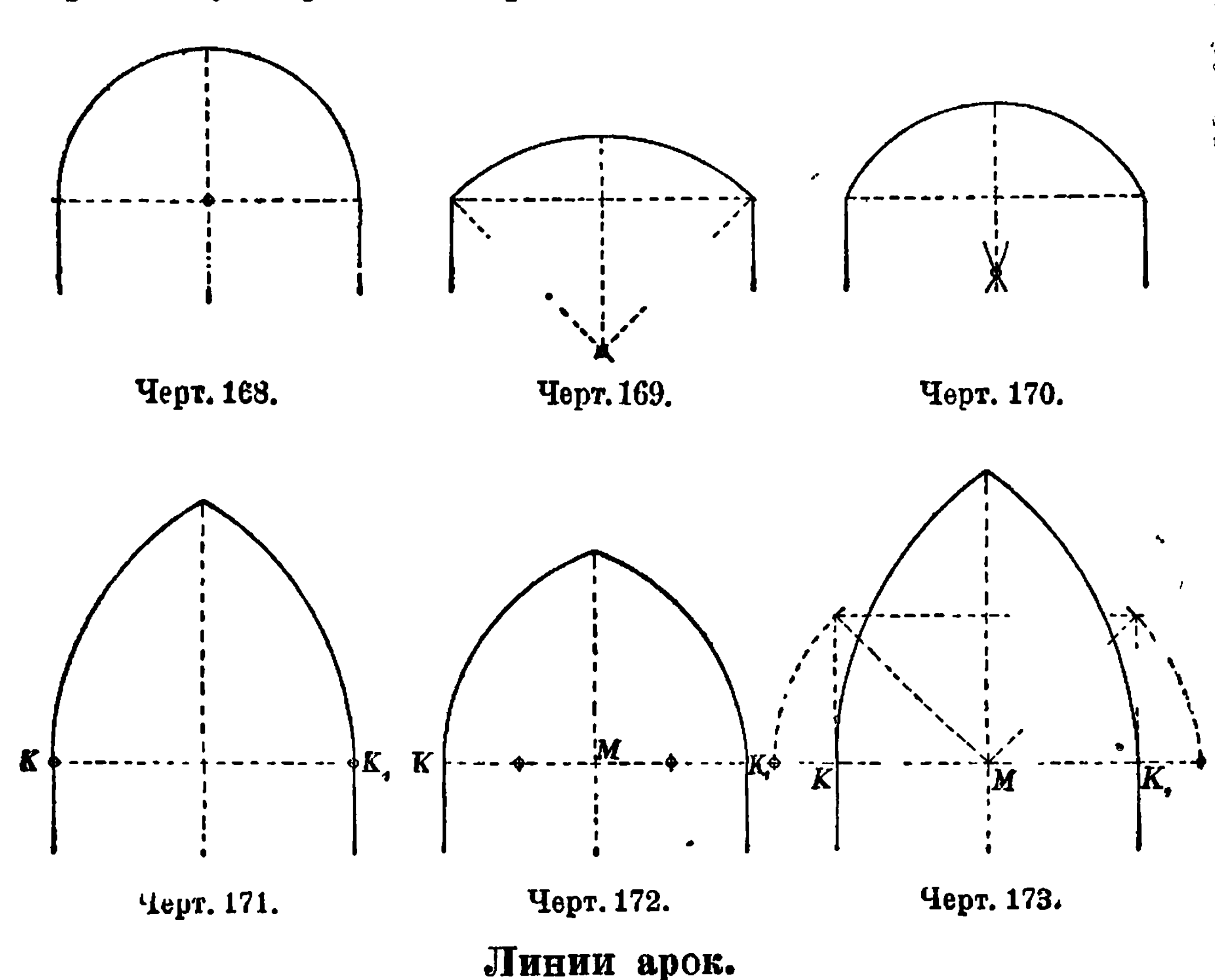
2. Пологие арки (см. черт. 169 и 170).

3. Стрельчатые арки (см. черт. 171—173).

На черт. 171 центры обоих дуг лежат в K и K_1, на черт. 172 — внутри отрезка KK_1, на черт. 173 — вне отрезка KK_1. Черт. 172 изображает сжатую арку, черт. 173 —приподнятую. Стрельчатая арка применяется в готических постройках.

4. Видоизменения стрельчатой арки представляют черт. 174 и 175. Представленную на черт. 174 и 175 арку, которая находит большое применение в английской готике, называют аркой Тюдора. Построения видны из чертежей. На черт. 174 прямая KK_1 разделена на четыре части; затем на KK_1 начерчен полукруг, который в точках m и m_1 пересекается с кругами, описанными вокруг *1* и *3* радиусами *13*. Точки

1, *3*, m и m_1 суть центры кругов арок Тюдора. На черт. 175 прямая KK_1 разделена на четыре равные части, через точки деления *1* и *3* проведены перпендикуляры к KK_1, и на них отложены отрезки $1m$ и $3m_1 = \frac{3}{4} KK_1$. Точки *1*, *3*, m и m_1 являются центрами дуг арки Тюдора.



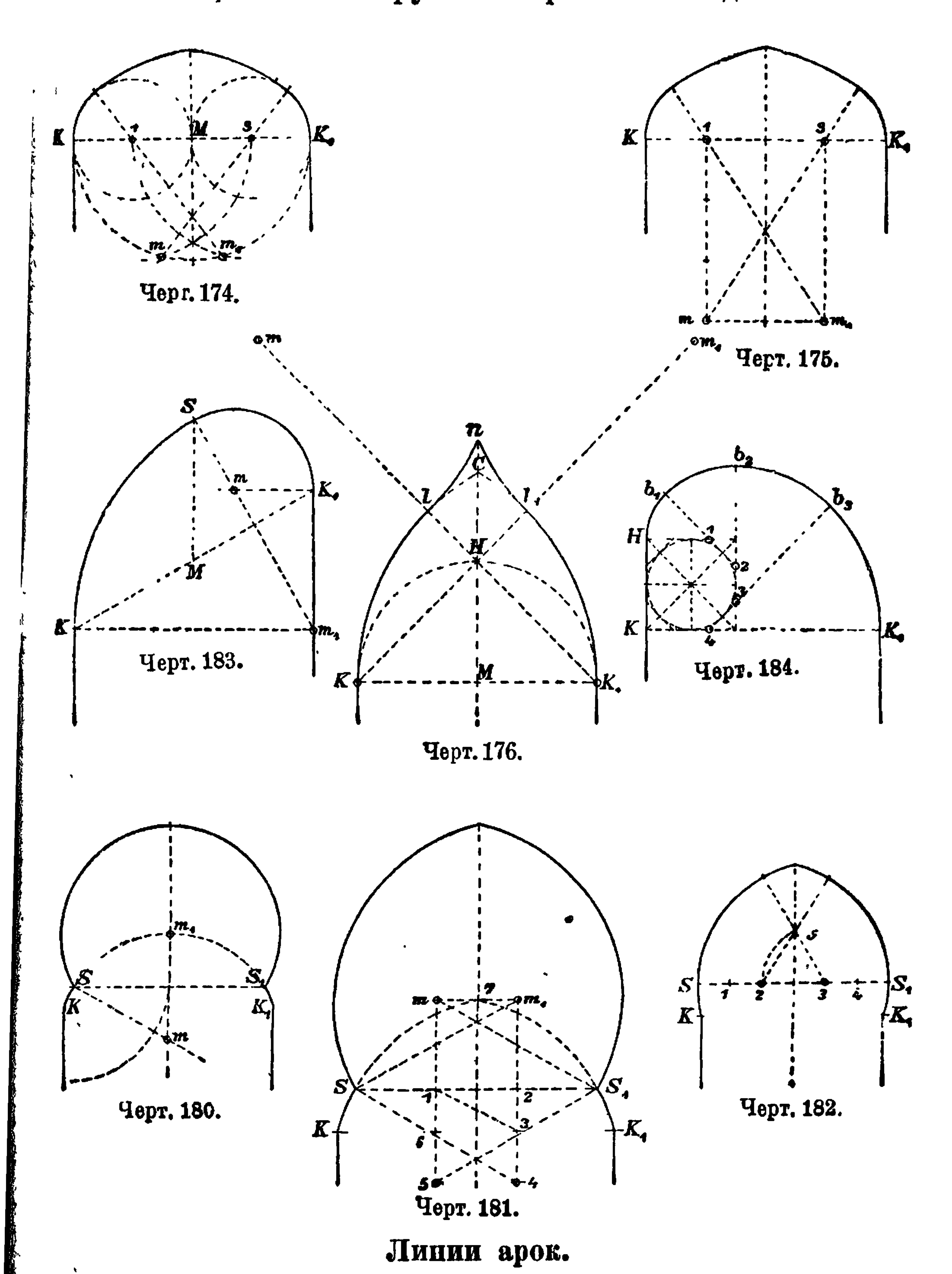
Черт. 168. Черт. 169. Черт. 170.

Черт. 171. Черт. 172. Черт. 173.

Линии арок.

5. Карнизная арка (см. черт. 176) есть также род стрельчатой арки. Разбиваем на KK_1 полукруг, проводим KH и K_1H, описываем вокруг K и K_1 круговые дуги K_1l_1 и Kl, полагаем $lm = l_1m_1 = KK_1$; m и m_1 суть центры круговых арок ln и l_1n.

Карнизная арка строится еще в двух видах; как стрельчатая карнизная (см. черт. 177) и как сжатая



Черт. 174.

Черт. 175.

Черт. 183.

Черт. 176.

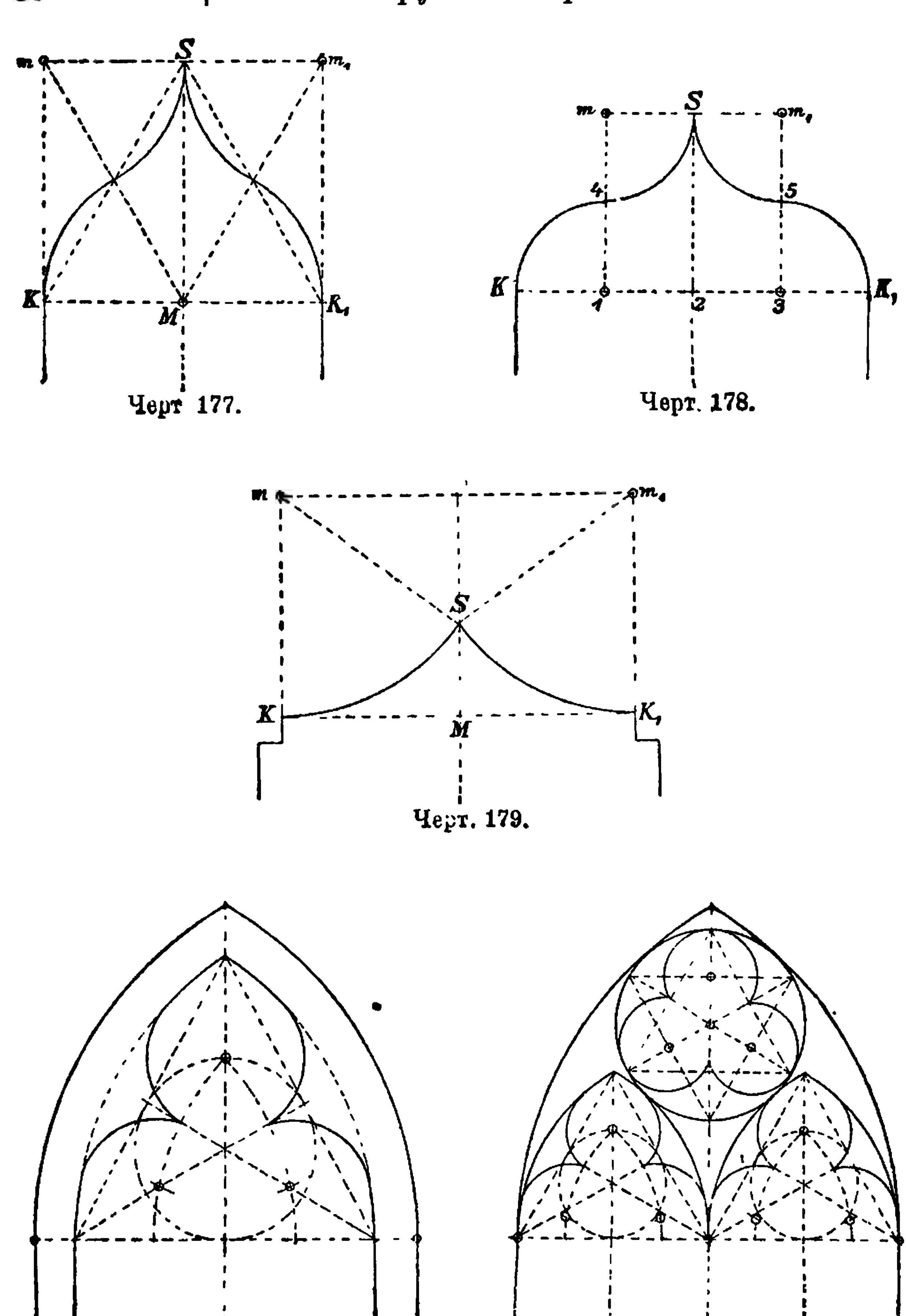
Черт. 184.

Черт. 180.

Черт. 181.

Черт. 182.

Линии арок.



Черт 177.

Черт. 178.

Черт. 179.

Черт. 185.

Черт. 186.

Арки карниза. Арки звездой. Заполненные арки.

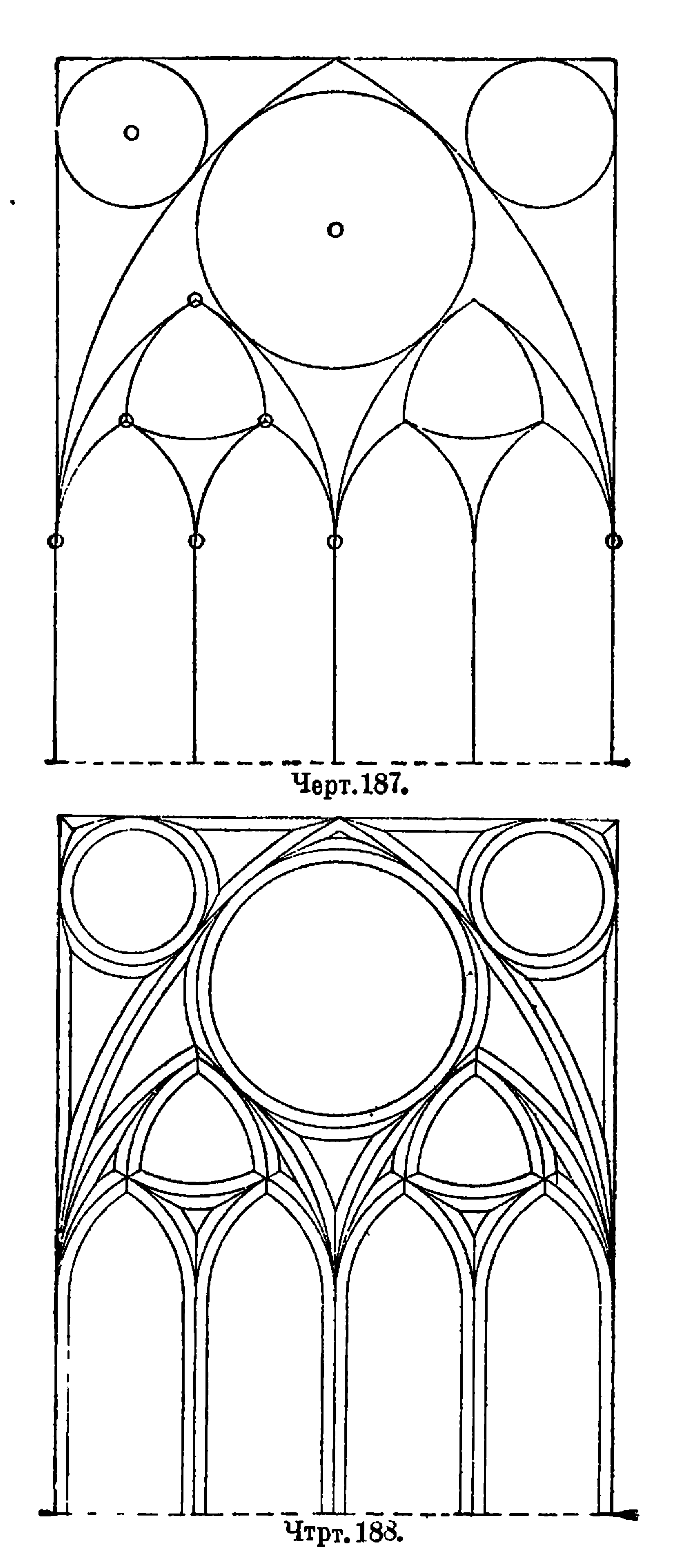
карнизная (см. черт. 178). Построение видно из чертежей. Фигура KK_1m_1m на черт. 177 есть квадрат, на черт. 178 $13m_1m$ — квадрат.

6. Арка звездой (см. черт. 179). Даны K, K_1 и S. Точки m и m_1 лежат на перпендикулярах к KK_1, проходящих через K и K_1, а также на перпендикулярах к середине SK и SK_1 и дают центры арки.

7. Подковообразная арка (см. черт. 180—182). Дано SS_1; на черт. 180 откладываем от S линию Sm под углом в 30° и находим таким образом m. Вокруг m описываем дугу круга, проходящую через S, благодаря чему определяется точка m_1. Круг с центром m_1, проходящий через S и S_1, заканчивает очертание подковообразной арки. Параллельная SS_1 хорда KK_1 может быть взята произвольно. На черт. 181 подковообразная арка преобразована в стрельчатую форму. SS_1 разделена на три равные части, к SS_1 проведены перпендикуляры через точки *1* и *2*. Затем положено $2 \cdot 3 = 1 \cdot 6 = {}^1/_6 SS_1$, $2 \cdot 4 = 1 \cdot 5 = 1 \cdot 3$. Из точек *4* и *5* описаны круговые дуги проходящие через S и S_1, которые пересекаются в *7*. Через *7* проходит параллель к SS_1 и определяет на линиях $2 \cdot 4$ и $6 \cdot 5$ точки m_1 и m, как центры дуг, проходящих через S и S_1. Линия соединения $3 \cdot 6$ содержит точки K и K_1. На черт. 182 SS_1 разделено на 6 равных частей. Центрами подковообразной арки являются точки *2* и *3*. Отрезок $S \cdot 1$ нужно отложить на $SK = SK_1$.

8. Восходящая арка (см. черт. 183 и 184). Эта арка служит иногда, как направляющая свода для поддержания лестниц.

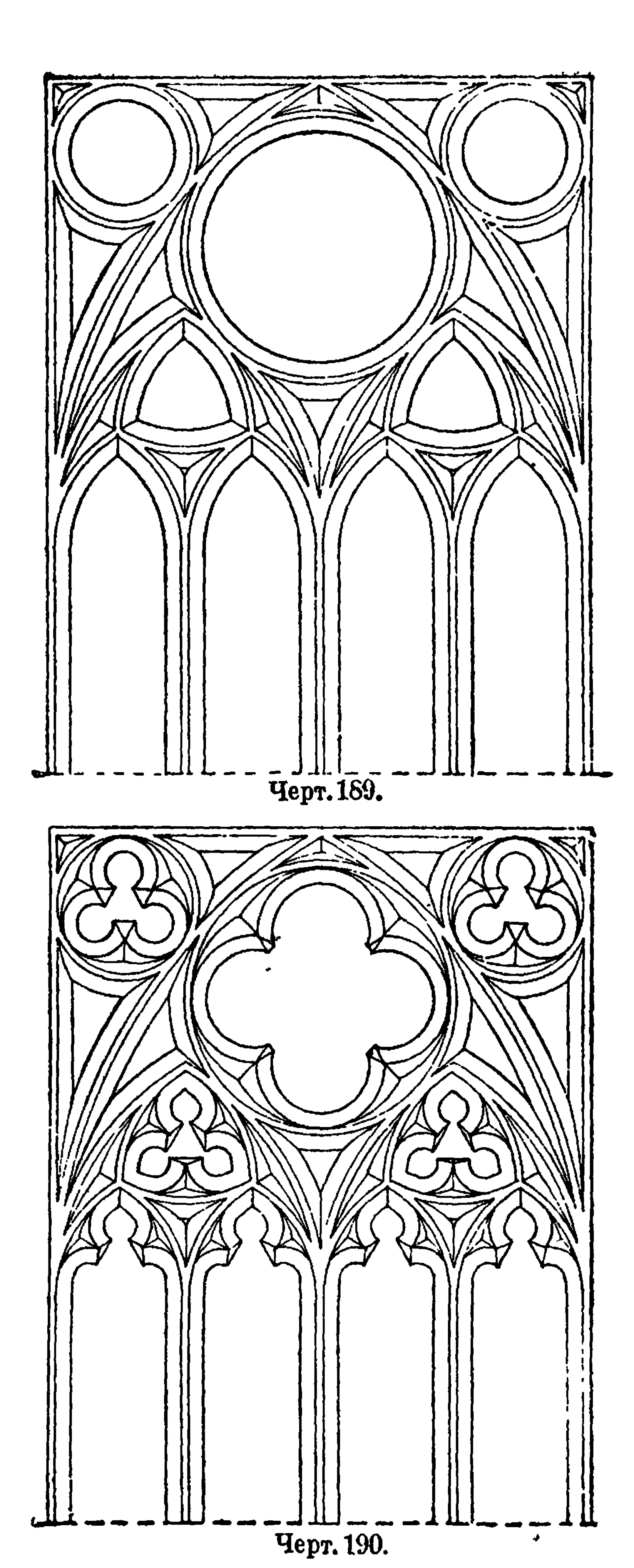
На черт. 183 дана линия перекладины. Ее делят пополам в M, проводят MS вертикально и приравнивают KM. Перпендикуляр, опущенный из S на KK_1,



Черт. 187.

Чтрт. 188.

Готическое заполнение окон.



Черт. 189.

Черт. 190.

Готическое заполнение окон.

пересекает проходящую через K горизонталь в центре m_1 дуги KS, второй центр m дуги SK_1 лежит на горизонтальной линии, проведенной через K_1, и на линии Sm_1.

На черт. 184 дано K_1H. Если провести через K_1 горизонталь, построить на KH квадрат и в последнем построить восьмиугольник, то вершины его *1 2 3 4* будут центрами дуг Hb_1, b_1b_2, b_2b_3 и b_3K_1.

9. Заполненные арки — такие, у которых основная форма арки заполнена каким-нибудь способом мелкими линиями арок. Такие заполнения показаны, напр., на чертежах 185—190. Такого рода арки встречаются часто в готическом строительстве, как оконные перемычки.

VI. Построение циклических или разверточных кривых, включая главнейшие спирали.

Практическое значение имеют только те разверточные кривые, которые образуются от вращения круга по прямой или кругу, или же от вращения прямой по кругу. Движущаяся линия является всегда производящей кривой, неподвижная же — направляющей. Возможны следующие случаи:

1. Направляющая — прямая линия a, производящая — круг k. Образованная линия называется циклоидой.

2. Направляющая и производящая — круги, производящий круг катится по внешней стороне направляющего круга. Получившаяся кривая называется эпициклоидой.

3. Направляющая и производящая — круги, производящий круг катится по внутренней стороне направляющего круга. Кривая называется гипоциклоидой.

4. Направляющая кривая — круг k, производящая кривая — прямая линия. Кривая называется **эвольвентой**.

Построение простой циклоиды. Циклоида получается, как путь точки A производящего круга k при вращении по a. Откладываем на прямой a (см. черт. 191) окружность круга k от A до A_1A_{12}, делим это протяжение, как и круг, на 12 равных частей, проводим через точки деления на a перпендикуляры к a до пересечения с линией, проведенной через центр M параллельно к a; тогда эти точки пересечения определяют положения центра движущегося круга в то время, как точки деления на a представляют точки касания a с движущимся кругом. Если начертить катящийся круг в 12 положениях и от каждой точки касания отложить на соответствующем круге длину дуги, пройденной кругом до этого положения — напр., для круга с центром M_4 дугу $A \cdot 4 = 4 \cdot A_4$, то A_4 будет точкой циклоиды. Подобным же образом имеем $1 \cdot A_1 = A \cdot 1$, $2 \cdot A_2 = A \cdot 2$, $3 \cdot A_3 = A \cdot 3$ и т. д.

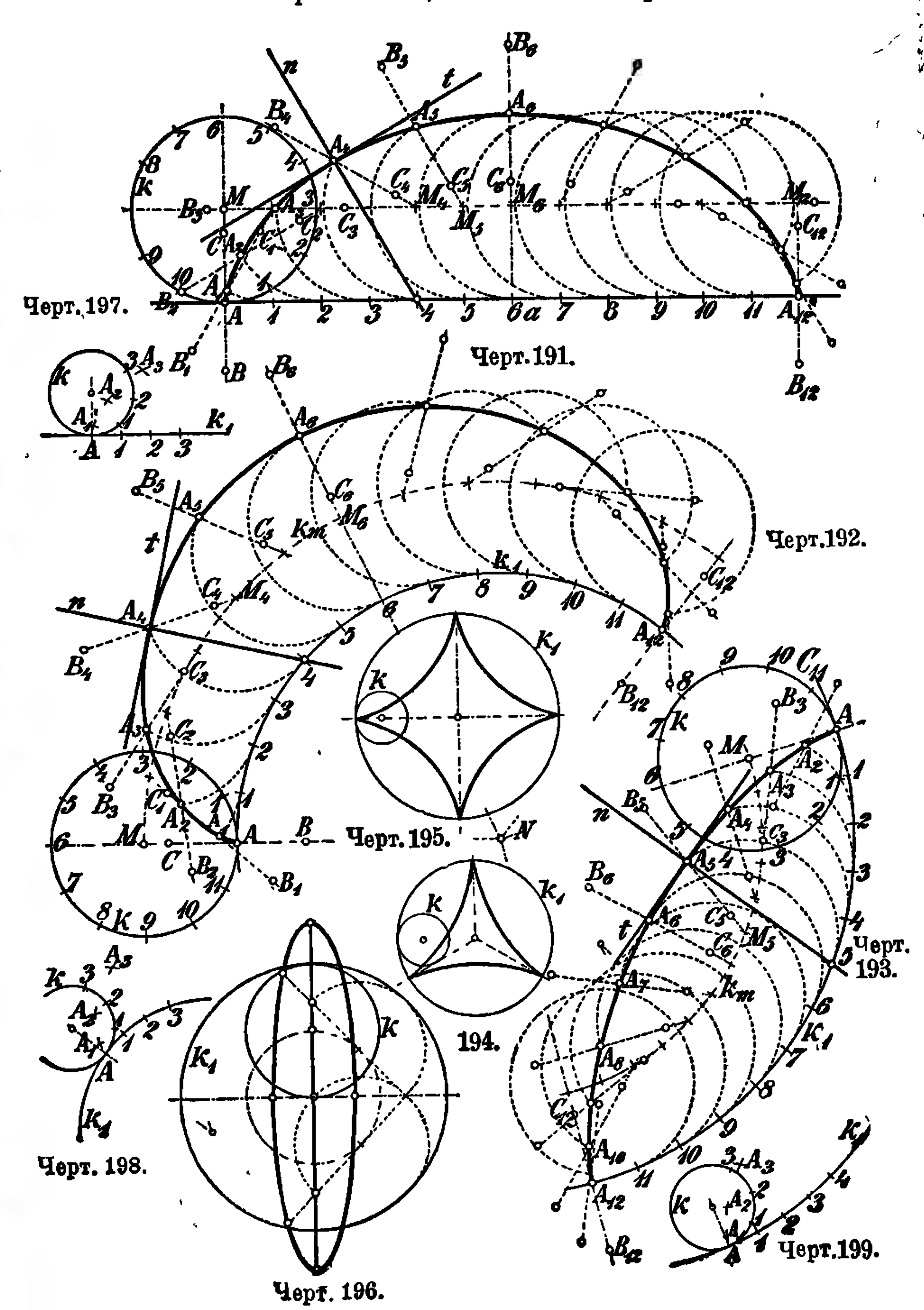
Если проследить путь точки, лежащей вне круга k, напр., точки B, при движении k, то получается **сомкнутая циклоида**. Если соединять точки обыкновенной циклоиды с соответствующим центром круга и откладывать от последнего на соединительной линии отрезки MB, то получим $M_4B_4 = M_5B_5 = M_6B_6 = MB$ и т. д.

Если проследить путь точки, лежащей внутри круга k, напр., C, то получается **растянутая циклоида**. При этом, для каждого положения катящегося круга, протяжение, измеренное на линии соединения MA, равно MC; поэтому, напр., $M_4C_4 = M_5C_5 = M_6C_6 = MC$ и т. д.

Построение касательной и нормали циклоиды. Линия соединения точки кривой с точкой касания производящего круга и направляющей линии есть нормаль в точке кривой, следовательно, напр., для точки A_4 — линия $A_4 \cdot 4$; перпендикуляр к этой линии дает касательную t. Если бы провести $B_4 \cdot 4$ или $C_4 \cdot 4$, то получилась бы нормаль для сомкнутой или растянутой циклоиды.

Построение эпициклоиды (см. черт. 192). Производящий круг — k, направляющий круг — k_1, путь точки касания A есть эпициклоида. Построение ведется таким же образом, как при циклоиде. Делим производящий круг k (12 равных частей) и переносим части на окружность k_1; тогда AA_{12} равно длине окружности k. Центры M лежат на круге k_m, концентричном с k_1, а также на соединительных линиях $N \cdot 1$, $N \cdot 2$ и т. д. Если начертить теперь производящий круг в 12-ти положениях, то остается отложить только пути, пройденные кругом, на отдельных положениях последнего от точек касания $1, 2, 3, 4$ с k_1, чтобы получить $1 \cdot A_1 = A \cdot 1$, $2 \cdot A_2 = A \cdot 2$, $3 \cdot A_3 = A \cdot 3$ и т. д. Путь точки, расположенной вне k, напр., B, называется сомкнутой эпициклоидой, путь точки C, лежащей внутри k — растянутой эпициклоидой. Построение точки этих кривых подобно построению при циклоиде. Напр., проводим A_4M_4 и полагаем $M_4B_4 = MB$ и $M_4C_4 = MC$; тогда точки B лежат на согнутой, точки C — на растянутой эпициклоиде.

Нормаль в какой-нибудь точке, напр., в A_4, есть снова линия соединения $A_4 4$ точки A_4 с точкой касания 4 производящего круга в положении A_4 с направляющим кругом; касательная перпендикулярна к этой линии. Линия соединения $B_4 \cdot 4$ или $C_4 \cdot 4$ дает нормаль для сомкнутой или же растянутой эпициклоиды.



Черт. 191. Черт. 192. Черт. 193. Черт. 194. Черт. 195. Черт. 196. Черт. 197. Черт. 198. Черт. 199.

Построение гипоциклоиды (см. черт. 193). Производящий круг — k, направляющий круг — k_1. Путь точки A касания k и k_1 называется гипоциклоидой.

Делим k (на 12 равных частей) и переносим деления на окружность k_1; тогда AA_{12} равно окружности k. Центры призводящего круга в различных положениях его лежат на круге k_m, концентричном с k_1. Если начертить теперь k в его 12 положениях, то останется только отложить дуги $1 \cdot A_1 = A \cdot 1$, $2 \cdot A_2 = A \cdot 2$, $3 \cdot A_3 = A \cdot 3$ и т. д., тогда точки A_1, A_2 ... суть точки гипоциклоиды. Если взять на MA точку вне или внутри k, напр., точки B или C, то путь B есть сомкнутая, путь C — растянутая гипоциклоида. Так напр., $M_5 B_5 = MB$, $M_5 C_5 = MC$.

Нормаль и касательная строятся так же, как при эпициклоиде; для точки A_5 нормалью n будет $A_5 5$, перпендикуляр к ней—касательная t. На черт. 194—195 показаны особые случаи гипоциклоиды. Черт. 194 изображает гипоциклоиду Штейнера; при этом радиус круга k есть треть радиуса круга k_1. На черт. 195 показана астроида, т. е. гипоциклоида с четырьмя остриями; здесь радиус круга k равен четверти радиуса k_1. Черт. 196 представляет сомкнутую гипоциклоиду, перешедшую в эллипс; при этом радиус k составляет половину радиуса k_1.

Приближенные построения трех кривых: циклоиды, эпициклоиды и гипоциклоиды (см. черт. 197 до 199). Откладываем от точки касания A направляющего и производящего круга на обоих линиях малый отрезок в направлении 1, 2, 3 ... Вокруг A описываем дуги радиусами $1 \cdot 1$, $2 \cdot 2$, $3 \cdot 3$ и т. д., а также и вокруг точек 1, 2, 3 ... на k_1 хордами $A \cdot 1$,

$A \cdot 2$, $A \cdot 3$... Точки пересечения соответствующих дуг дают точки A_1, A_2, A_3...

Построение развертки круга (см. черт. 200). Производящая линия есть касательная круга k, направляющая — круг k_1. Путь точка касания A называется эвольвентой (разверткой) круга. Если разделить k_1 на части (12 равных частей), провести касательные в точках деления, то остается только на последних отложить от точек касания дуги, заключающиеся между точками деления и начальной точкой A, т. е. $1 \cdot A_1 = 1 \cdot A$, $2 \cdot A_2 = 2 \cdot A$, $3 \cdot A_3 = 3 \cdot A$ для того, чтобы получить точки A_1, A_2...эвольвенты. Если проследить, при движении касательной к кругу, путь точки, лежащей вне последней, напр., точки B (совпадает с M) или C, то в первом случае образуется сомкнутая, во втором — растянутая эвольвента круга. Ее точки получаются, если сначала построена простая эвольвента круга, и затем, по проведении в ее точках перпендикуляров к соответствующим касательным круга, отложить на них с соответствующих сторон отрезки AB или AC (AM). Касательные к развертке круга расположены перпендикулярно к соответствующим круговым касательным; последние являются нормалями к развертке круга. В точке A_8 проведена касательная и нормаль.

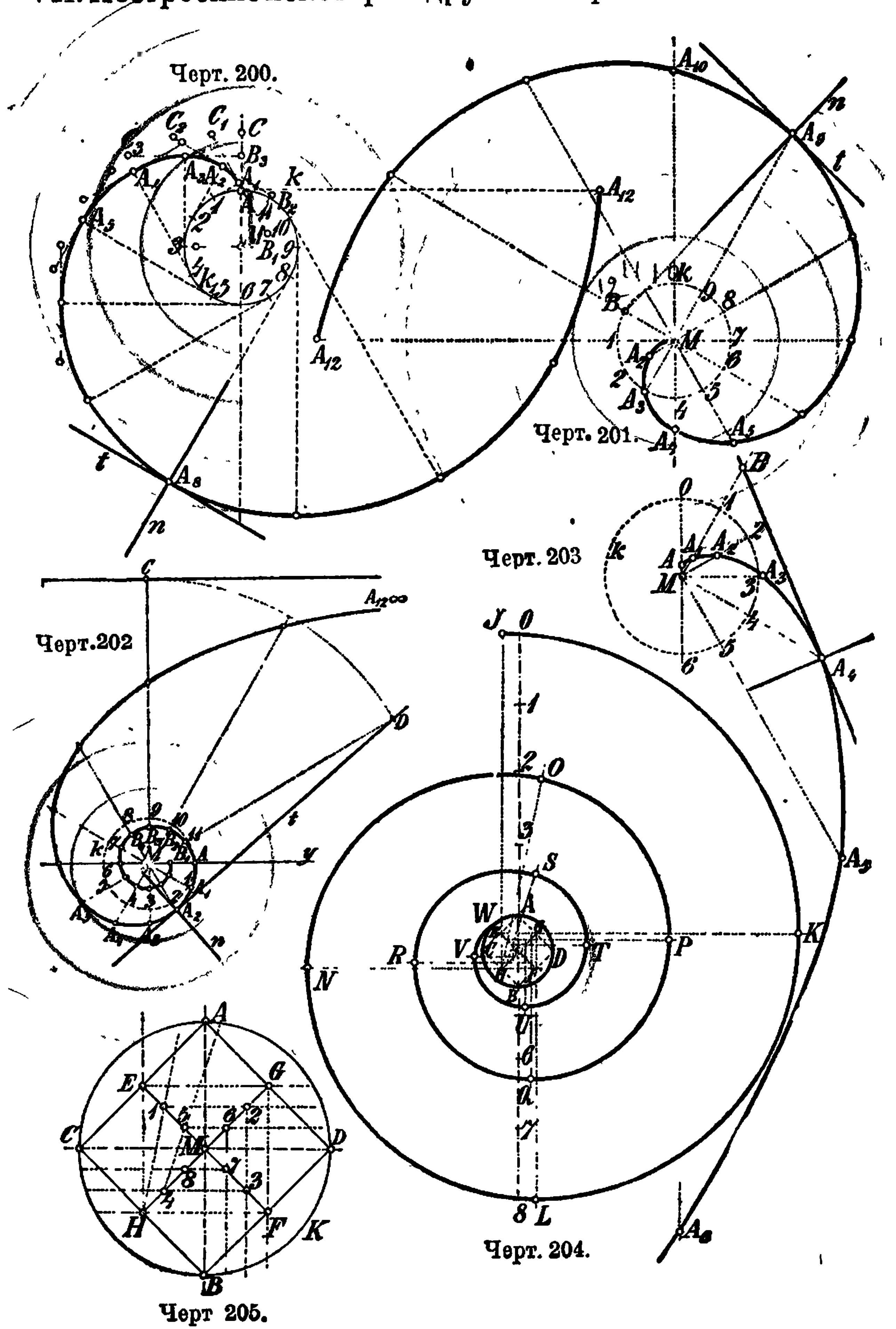
Если точка, описывающая кривую, совпадает с центром круга M, то образующаяся кривая принимает вид архимедовой спирали; она может быть образована также вращением луча вокруг точки и движением точки на этом луче таким образом, что расстояние ее от M остается пропорциональным углу поворота луча, измеряемому от начального положения. Поэтому, если разделить на части (12 равных частей) произвольный круг k (см. черт. 201), провести лучи

$M \cdot 1, M \cdot 2, M \cdot 3, M \cdot 4 \ldots$ и откладывать на последних отрезки, равные $0, \frac{1}{12}, \frac{2}{12}, \frac{3}{12}, \frac{1}{12} \ldots$ окружности круга k, то точки A_1, A_2, $A_3 \ldots$ лежат на архимедовой спирали. В точке A_9 построена касательная. Проводим MA_9, к нему перпендикулярно радиус M; тогда $A_2 B$ будет нормалью n, и перпендикуляр к ней—касательной t архимедовой спирали в точке A_9.

Примечание. Развертка круга (см. черт. 200) и круг k_1 стоят в определенной зависимости друг к другу: нормали развертки являются касательными к кругу k_1. Кривая, касательные к которой являются в то же время нормалями к другой кривой, называется эволютой второй кривой, а последняя сама — эвольвентой первой кривой. Ясно, что каждая кривая имеет только одну эволюту; эволюте же соответствует бесчисленное множество эвольвент.

VII. Построение некоторых других спиральных линий.

Гиперболическая спираль (см. черт. 202) образуется от такого движения точки, при котором последняя движется на вращающемся вокруг M луче таким образом, что ее расстояние от центра круга всегда обратно пропорционально углу поворота луча, измеренному от начального положения y. Поэтому, если начертить произвольный круг k, разделить его на равные части, провести через точки деления $1, 2, 3, 4$ лучи к M, то MA будет равно радиусу r круга k; затем нужно отложить $MA_1 = r \cdot \frac{12}{11}$, $MA_2 = r \cdot \frac{12}{10}$, $MA_3 = r \cdot \frac{12}{9}$ и т. д., тогда в точках $A_1, A_2, A_3 \ldots$ получатся точки гиперболической спирали. Когда луч пройдет в обратную сторону угол в 360^0, то соответствую-


Черт. 200.
Черт. 201.
Черт. 203
Черт.202
Черт. 204.
Черт 205.

щая точка A_{12} будет снова лежать на MA, но в бесконечно-удаленном расстоянии. Если вращать луч, начиная от MA, в обратную сторону далее и откладывать на положениях его $M \cdot 11$, $M \cdot 10$, $M \cdot 9$ длины $\frac{r}{13}, \frac{r}{14}, \frac{r}{15} \ldots$, то получаются точки $B_1, B_2, B_3 \ldots$ кривой. Последняя приближается все более и более к центру M, однако не достигает его: она подходит к нему асимптотически и делает поэтому бесчисленное множество оборотов, если назвать угол в 360°, соответствующий части кривой, одним оборотом. В точке A_{12} кривая имеет асимптоту, которая проходит через точку C, лежащую на перпендикуляре к MA в расстоянии $2r\pi$. Касательную в некоторой точке, напр., в точке A_2, получим, если проведем MA_2, восставим перпендикуляр MD к MA_2 и отложим $MD = MC = 2r\pi$. A_2D есть искомая касательная t, нормаль n к ней перпендикулярна.

Логарифмическая спираль (см. черт. 203) есть путь точки, которая передвигается на вращающемся вокруг M луче так, что ее расстояния от M растут в геометрической прогрессии, если угол поворота изменяется в арифметической прогрессии. Следовательно, если разделить угол k, начиная от точки 0, на 12 равных частей и провести лучи $M \cdot 1$, $M \cdot 2$, $M \cdot 3$, то нужно, напр., на луче $M \cdot 0$, отложить отрезок MA, принятый за единицу, затем на луче $M \cdot 1$—отрезок $MA_1 = 2MA$, на $M \cdot 2$—отрезок $MA_2 = 2MA_1 = 4MA$, на луче $M \cdot 3$—отрезок $MA_3 = 2MA_2 = 4MA_1 = 8MA$ и т. д. Точки A_1, A_2, A_3 суть точки логарифмической спирали. Эта линия также простирается в бесконечность и точка M является ее асимптотической точкой.

Длины направляющих лучей растут, как степени

числа ε, величина которого равна частному от деления длин двух следующих друг за другом лучей, как, MA и MA_1, или MA_1 и MA_2 и т. д.; следовательно, $\varepsilon = \frac{MA_1}{MA} = \frac{MA_2}{MA_1}$. В предыдущем случае имеем $\varepsilon = 2$, т. е.: $MA = 2^0 = 1$, $MA_1 = 2^1 = 2$, $MA_2 = 2^2 = 4$, MA_3 $2^3 = 8$, $MA_4 = 2^4 = 16$ и т. д. Если через φ обозначим угол, образуемый двумя последовательными лучами MA и MA_1, или дуговую меру этого угла на круге радиуса 1; а угол луча с соответствующей касательной к кривой — через α, то для логарифмической спирали существует зависимость $tg\alpha = \frac{arc\,\varphi}{l\varepsilon}$. Здесь $l\varepsilon$ обозначает натуральный логарифм числа ε; в предыдущем случае он равен 2. Натуральный логарифм числа берется при основании $e = 2{,}7182$; этот логарифм получается из обыкновенного логарифма при основании 10, если последний разделить на логарифм e, т. е. логарифм 2,7182, взятый при основании 10. Поэтому

$$l\varepsilon = \frac{log\,\varepsilon}{log\,e},\ \text{т. е.}\ l\varepsilon = \frac{log\,2}{log\,e} = \frac{0{,}3010300}{0{,}4342945} = 0{,}698\,.$$

Следовательно, для угла α, образованного касательной к кривой и лучем — скажем — MA_4 будем иметь

$$tg\alpha = \frac{2\pi}{12 \cdot 0{,}698} = \frac{6{,}28}{12 \cdot 0{,}698} = 0{,}749\,.$$

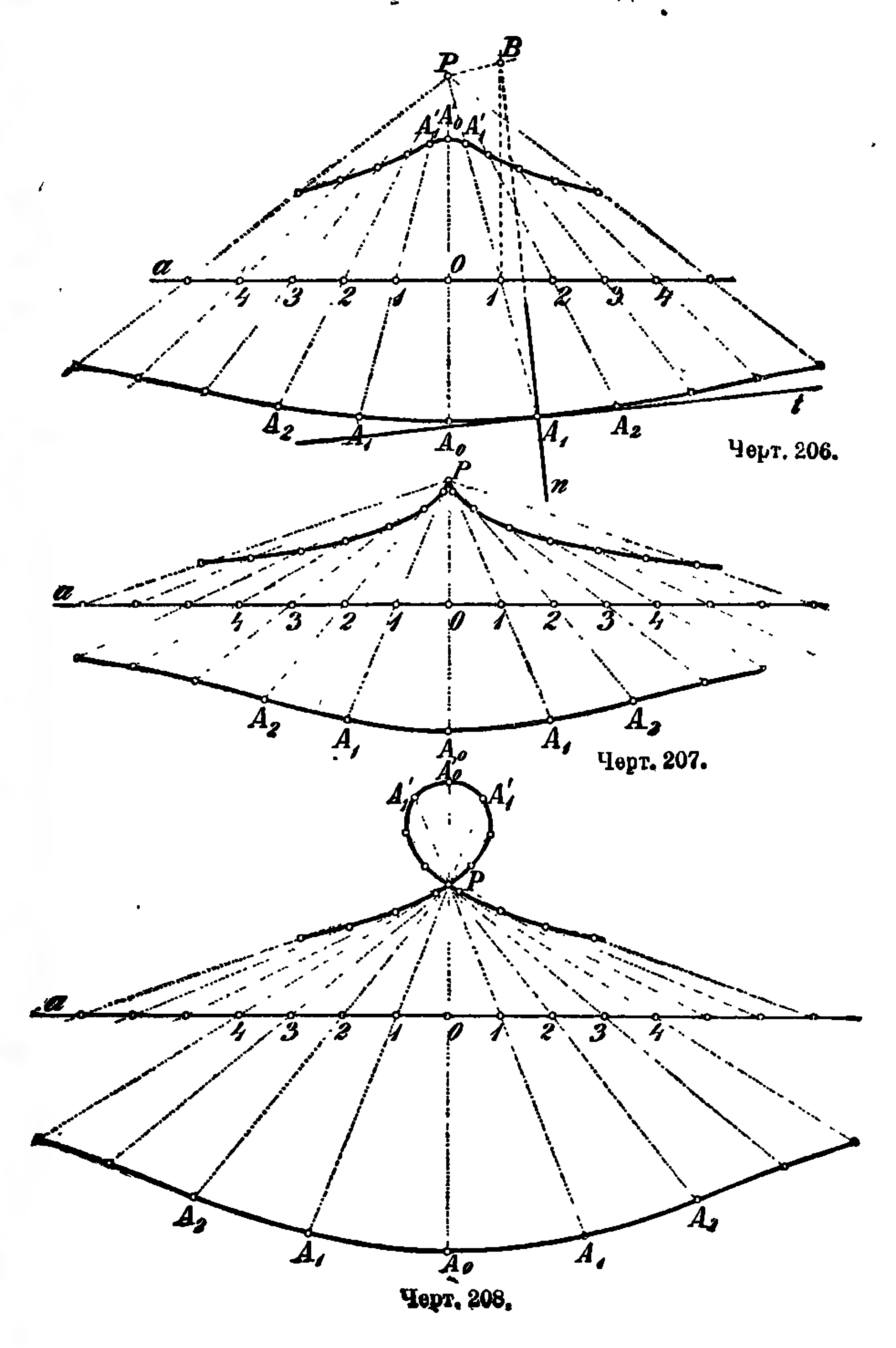
Отсюда, если в точке M провести перпендикуляр MB к MA_4 и положить $MB = 0{,}749 \cdot MA_4$, то B есть точка касательной к кривой в A_4, нормаль перпендикулярна к касательной.

Ионическая улитка (см. черт. 204 и 205) есть спираль, составленная из дуг круга. Дан отрезок (см.

черт. 204) $\overline{08}$, который делится на восемь равных частей. На пятой части, считая от *0*, строят, как на диагонали, квадрат *A BC D*; на черт. 205 такой квадрат начерчен в увеличенном масштабе. В квадрате (см. черт. 204) проводятся две срединные линии *EF* и *GH*; каждая из них делится на шесть равных частей, и точки деления соединяются, как показано на черт. 205. Нужно представить себе, что обозначения черт. 205 перенесены на черт. 204. Тогда вычерчиваются следующие дуги круга: из *E* радиусом *EO* до точки *K* на *EG*, из *G* через *K* до точки *L* на *GF*, из *F* через *L* до точки *N* на *FH*, из *H* через *N* до точки *O* на *H.· 1*, из *1* через *O* до точки *P* на *1 · 2*, из *2* через *P* до точки *Q* на *2 · 3*, из *3* через *Q* до точки *R* на *3 · 4*, из *4* через *R* до точки *S* на *4 · 5*, из *5* через *S* до точки *T* на *5 · 6*, из *6* через *T* до *U* на *6 · 7*, из *7* через *U* до *V* на *7 · 8*, из *8* через *V* до точки *W* на круге, описанном вокруг квадрата *ABCD*, который называется глазком улитки. Ионическая улитка находит применение в капители ионических колонн.

VIII. Построение конхоиды.

Конхоида (см. черт. 206—208) образуется от вращения луча вокруг неподвижной точки *P*, как геометрическое место точек, которые имеют заданное расстояние от точек пересечения подвижного луча с неподвижной прямой *a*. Поэтому, если провести через *P* группу лучей *P · 0*, *P · 1*, *P · 2*...и отложить от точек пересечения *1*, *2*, *3* ... на *a* заданный отрезок до $0A_0$ или $0A_0$, $1A_1$ или $1A'_1$, $2A_2$ или $2A'_2$ ..., то точки A_0, A'_0, A_1, A'_1, A_2, A'_2 суть точки конхоиды. Она имеет три формы — смотря по тому, будет ли $0A_0 \gtreqless P0$ (см. черт. 206—208). В первом случае точка *P* — полюс



Черт. 206.

Черт. 207.

Черт. 208.

кривой, не лежит на ней; во втором случае он будет точкой возврата; наконец, в третьем случае — двойной точкой. Во всех трех случаях кривая простирается в бесконечность, и прямая a является ее асимптотой.

В точке A_1 (черт. 206) построена касательная. На луче $P1$ проводим перпендикуляр в P, также и в точке 1 пересечения $P1$ с a проведен к последней перпендикуляр, который встречает первый перпендикуляр в точке B. Прямая $A_1 B$ есть нормаль конхоиды в A_1, перпендикуляр к ней есть касательная t. Линия соединения BA'_1 дает нормаль в точке кривой A'_1. Построение нормали и касательной остается одинаковым для всех трех форм кривой (см. черт. 206—208).

Конхоида круга. Если вместо прямой a дан круг k, к которому проводятся лучи через точку P, служащую полюсом, то получается конхоида круга, если на этих лучах от точек пересечения их с k откладывается отрезок, данной величины. На черт. 209 $0 \cdot A_0 = 0 \cdot A'_0 = 1 \cdot A_1 = 1 \cdot A'_1$ и т. д. В зависимости от положения точки P по отношению к кругу k и от величины данного отрезка, получаются самые разнообразные формы кривой. В предложенном случае заданный отрезок больше длины $P8$; тогда точка P является двойной точкой.

В точке A_1 построены касательная и нормаль. Проводим в P на луче $P \cdot 1$ перпендикуляр и соединяем точку 1 пересечения луча PA_1 и круга k с центром M. Эта линия соединения встречает перпендикуляр в точке B. BA_1 есть нормаль n в A_1, перпендикуляр к ней — касательная t.

IX. Построение циссоиды.

Дан круг k (см. черт. 210), на нем точка P и касательная a на другом конце проходящего через P диаметра круга. Если провести через P все возможные хорды круга, которые пересекают k и a в точках *1,1*, *2,2*, *3,3* и т. д., и отложить на этих линиях от P отрезки $1 \cdot 1$, $2 \cdot 2$, $3 \cdot 3$ по направлению PA_1, PA_2, PA_3, то точки A_1, A_2 ... лежат на циссоиде. В точке A_2 построены касательная и нормаль. Проводим на луче PA_2 в A_2 перпендикуляр, который пересекает PM в C. Касательная к кругу в P встречается с вышеназванным перпендикуляром в B. Берем $BD = BC$, проводим в D перпендикуляр к DC и в P перпендикуляр — к $P \cdot 2$, тогда обе эти линии пересекаются в точке E на нормали n в точке A_2 кривой, касательная t к ней перпендикулярна.

X. Построение нескольких овалов (овоидальных профилей).

Овал Декарта есть геометрическое место точки A (см. черт. 211), расстояния которой от двух неподвижных точек F и F_1, если каждое из них множится на своего множителя α или β, составляют постоянную сумму. Если соединить неподвижные точки F и F_1, разделить FF_1 в M пополам, обозначить длины $MF = MF_1 = e$, то постоянную сумму можно установить произвольно, напр., $= 5e$. Если A_1 есть точка кривой с расстояниями ϱ и ϱ_1 от F и F_1, если затем принять $\alpha = 1$ и $\beta = 2$, то для каждой точки кривой действительна зависимость $\varrho + 2\varrho_1 = 5e$, откуда получается следующее построение. Берем (см. черт. 212) отрезок $CD = 5e$ и делим его на три равные части $CE = EG$

$= GD$. Если описать теперь вокруг F и F_1 радиусом, равным GD, круги, то они встречаются в точках T_1 и T_2 кривой. Последная пересекает линию соединения FF_1 в четырех точках S_1, S_2, S_3 и S_4, которые получаются простым путем. Если обозначить через x отрезок $F_1S_1 = FS_3$, через y-отрезок $FS_2 = F_1S_4$, то для определения x и y получается зависимость:

$$2e + x + 2x = 5e$$

и

$$y + 2(2e + y) = 5e,$$

откуда следует

$$x = e$$

и

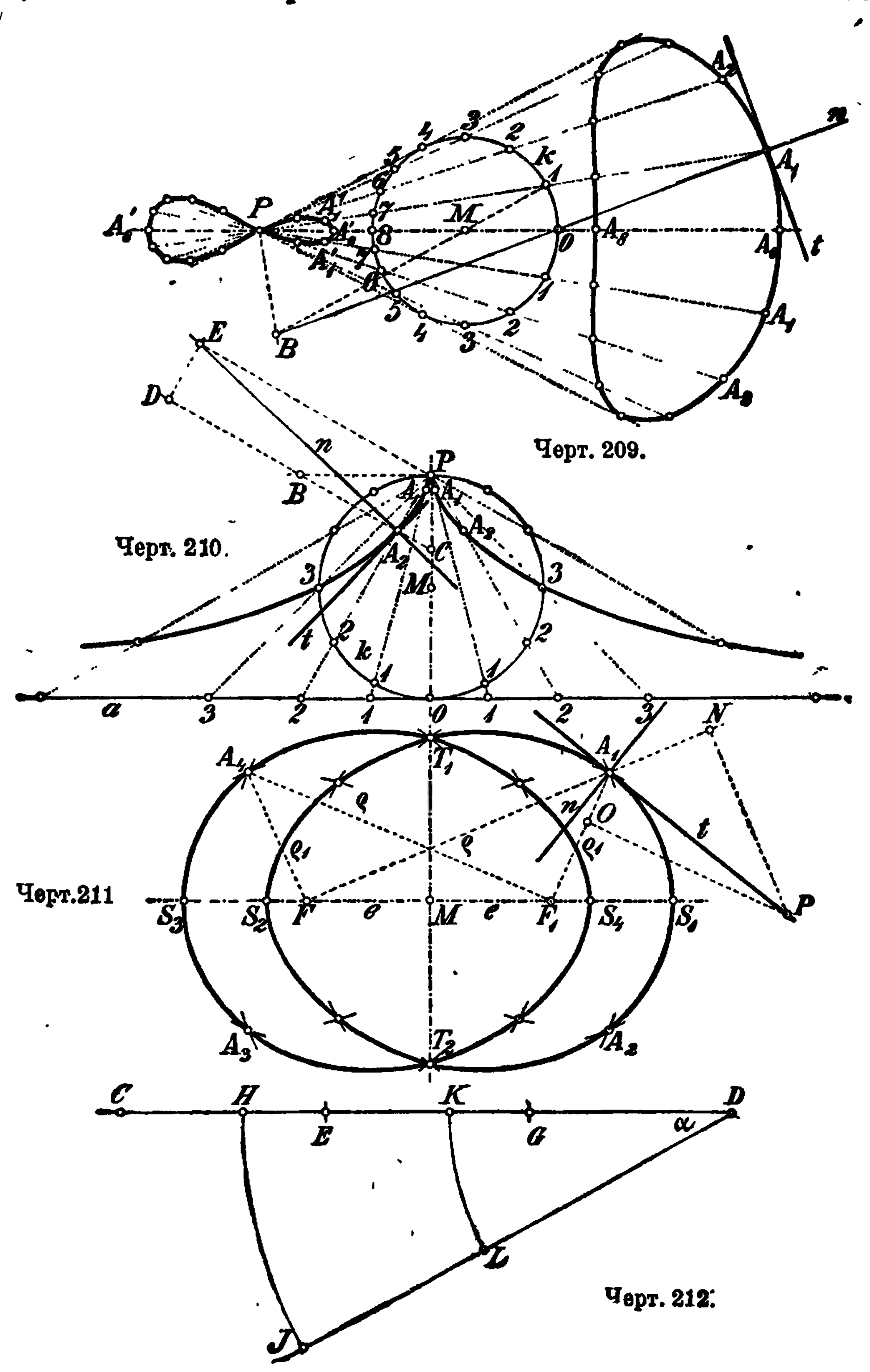
$$y = e/_3.$$

Поэтому, если сделать $F_1S_1 = FS_3 = e$ и $F_1S_4 = FS_2 = \frac{1}{3}e$, то точки овала получатся на линии FF_1

Для построения произвольной другой точки определяется сначала угол α (см. черт. 212) таким образом, чтобы $DH = 2$, $HJ = 1$, затем делят $CD = 5e$ в точке K на две произвольные части и проводят из D дугу круга KL. Если описать теперь вокруг точек F и F_1 (см. черт. 211) радиусами CK и KL дуги круга, то точки пересечения их дают точки A_1, A_2, A_3 и A_4 на кривой.

В точке A_1 построена касательная и нормаль. Проводим FA_1 и F_1A_1, берем $A_1N = 2$ и $A_1O = 1$, тогда перпендикуляры, проведенные в N и O к A_1N или A_1O, пересекаются между собою в точке P касательной t. Нормаль располагается перпендикулярно к ней.

Примечание. Линия FF_1 овала есть ось симметрии, лежащие на ней точки от S_1 до S_4 суть вершины овала; вторая ось симметрии есть линия T_1T_2. Точки T_1 и T_2



Черт. 209.

Черт. 210.

Черт. 211

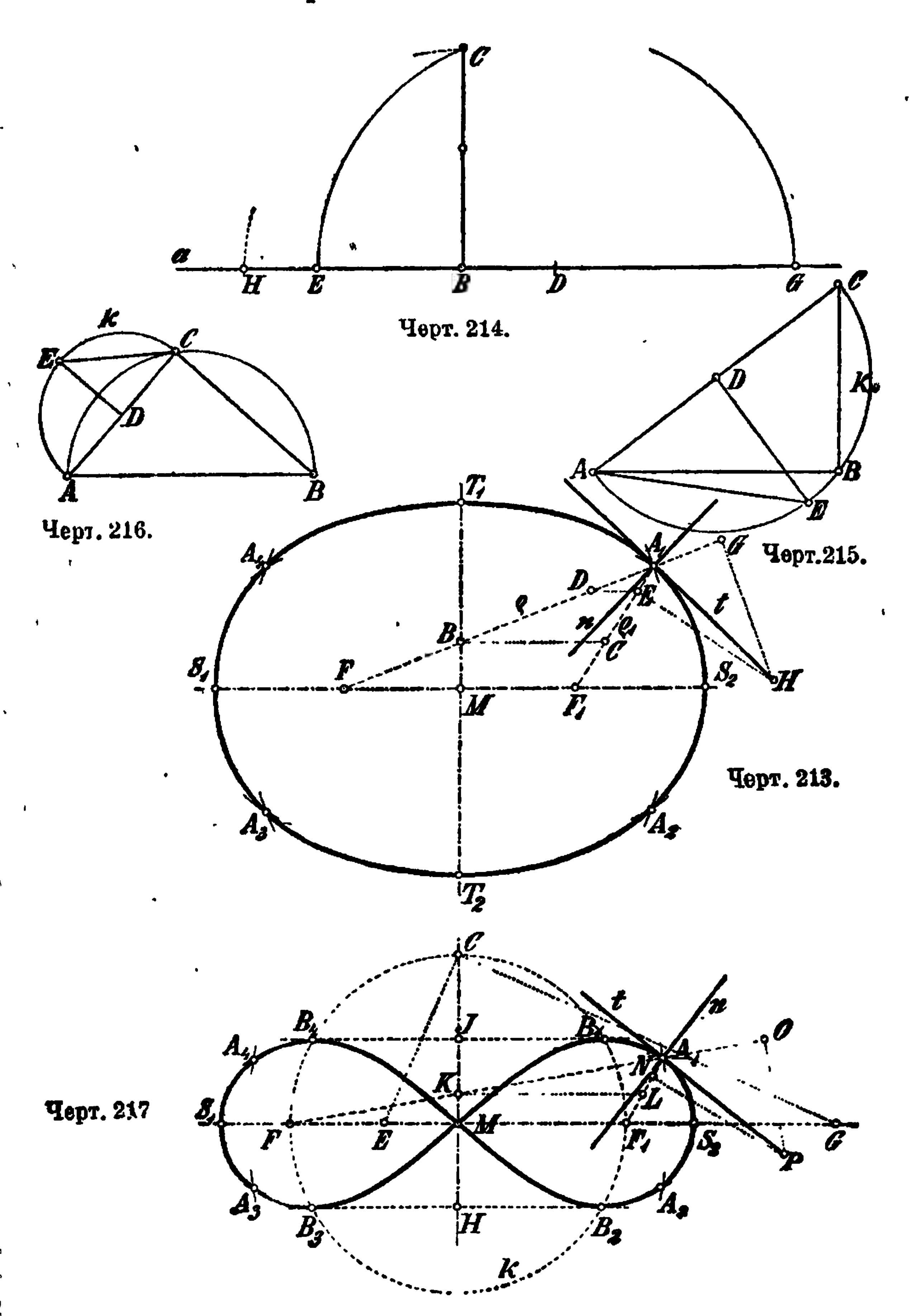
Черт. 212.

суть двойные точки Кривая состоит из двух овалов, которые лежат симметрично к оси T_1T_2 и примыкают друг к другу в точках T_1 и T_2.

Овал Кассини есть геометрическое место точки A_1, для которой произведение ее расстояний от двух неподвижных точек F и F_1 (см. черт. 213) сохраняет постоянную величину. Если BC (см. черт. 214) есть сторона квадрата, площадь которого равна названному произведению, то остается только провести через B линию a перпендикулярно к BC взять на a произвольную точку D и вокруг D описать круг, проходящий через C, который встречает a в E и G; тогда (см. черт. 213) круги, описанные около F и F_1 радиусами, равными отрезкам BE и BG, дают в точках пересечения их от A_1 до A_4 точки овала. Беря произвольную точку D и повторяя то же построение, можно найти произвольно-большое число точек овала. Если описать вокруг F и F_1 радиусом BC круги, по получаются две точки овала T_1 и T_2 на перпендикуляре через середину M линии FF_1. На FF_1 лежат две точки S_1 и S_2 на расстоянии $MS_1 = MS_2 = \sqrt{q^2 + e^2}$, причем $BC = q$ (см. черт. 214) и $MF = e$. Поэтому овал имеет две оси симметрии, S_1S_2, T_1T_2, и четыре вершины S_1, S_2, T_1 и T_2.

Примечание. Если известны заранее четыре вершины овала, то можно получить F и F_1, а вместе с тем и дальнейшие точки кривой. Берем (см. черт. 215) $AB = MS_1$; BC перпендикулярно к AB и равно MT_1, проводим AC и описываем на AC, как на диаметре, полукруг; последний встречает перпендикуляры, проведенные к средине D линии AC, в E; $T_1F = T_1F_1$ (см. черт. 213) $= AE$ (см. черт. 215), благодаря чему определяются F и F_1.

Примечание. Точки F и F_1 можно определить еще



Черт. 214.

Черт. 216.

Черт. 215.

Черт. 213.

Черт. 217

другим путем. Полагаем (см. черт. 216) $AB = MS_1$, описываем на AB полукруг и берем $BC = MT_1$. Если разделить пополам AC в D, провести DE перпендикулярно к AC и приравнять DC, то CE (см. черт. 216) $= MF = MF_1$ (см. черт. 213).

Касательная и нормаль в произвольной точке, напр. A_1 (см. черт. 213). Проводим A_1F и A_1F_1 и через точку B пересечения A_1F с MT_1 — параллель к MS_2 до пересечения C с A_1F_1. Берем затем $A_1E = \frac{1}{n} AC$, $A_1G = \frac{1}{n} AB$ (в предлагаемом случае взято $n = 3$); A_1G взято на продолжении FA_1; перпендикуляры, проходящие через E и G, к F_1A_1 или к FA_1 пересекаются в точке H на касательной t. Нормаль n перпендикулярна к последней.

Лемниската получается из овала Кассини, если $e = q$. Если (см. черт. 217) точки F и F_1 даны, и если описать на FF_1, как на диаметре, круг k и взять на FF_1 произвольную точку E, то перпендикуляр к EC, проведенный через C на FF_1, дает точку P. Круги с центрами F и F_1, описанные радиусами ME и MG, пересекаются в точках A_1, A_2, A_3 и A_4 кривой. Круг k пересекает кривую в точках B_1 до B_4, расстояния которых $MJ = MH$ от FF_1 равны $\frac{MC}{2}$. Построение касательной и нормали то же самое, что для овала Кассини.

XI. Сочетания из прямых и кривых линий в геометрических орнаментах.

Из сочетания прямых и кривых линий по определенным законам чередования и симметрии образуется геометрический орнамент. Геометрический орнамент так

же древен, как и человеческая культура. На последующих чертежах представлены орнаменты различных народов и различных эпох.

Черт. 218—222 показывают орнаменты диких народов; черт. 218 представляет украшение из плетеной соломы, черт. 219 — украшение на полотне на Сандвичевых островах. Черт. 220—223 показывают деревянную резьбу на островах южных морей, черт. 224 — то же самое на острове Таити.

Черт. 225—230 дают изображения египетских орнаментов, взятых из живописи на стенах, могильных плитах, на утвари различных областей Египта.

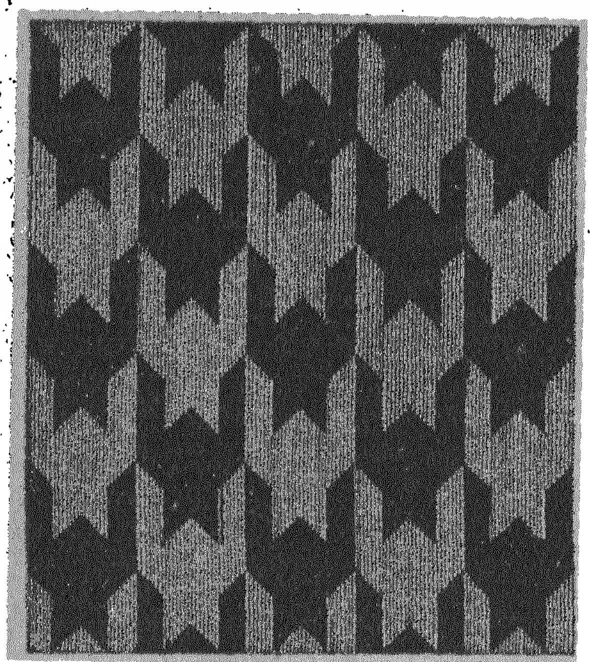
Черт. 231—235 суть ассирийские и персидские орнаменты, черт. 231—232 содержат рисунки с пьедестала колонны в Персеполисе, черт. 233 дает представление об орнаментах Нимрода, черт. 234 — мотив для глазури, черт. 235 — такой же мотив для резьбы.

Таблица 14 взята из персидской рукописи.

Различные примеры греческих и римских орнаментов показаны на черт. 236—264; черт. 236—251 дают живопись на греческих сосудах из глины и мозаики из Помпеи и Равенны.

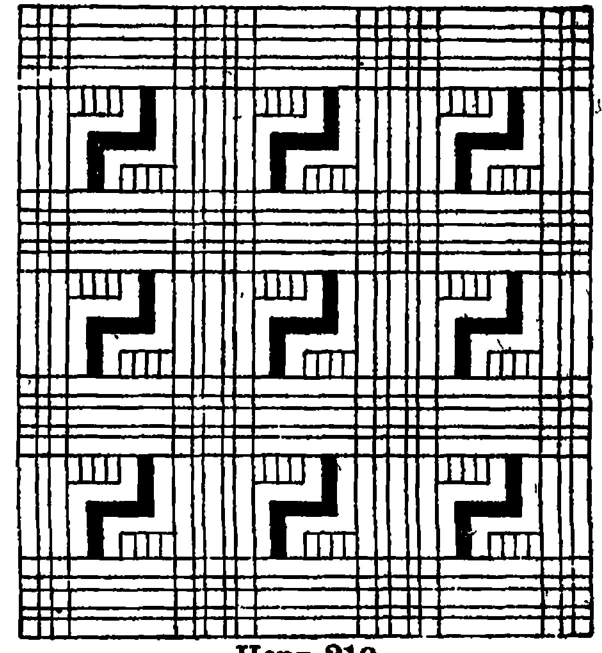
Черт. 252—258 показывают меандры, простые и в несколько полос, черт. 259—264 содержат мозаику из Сицилии, черт. 265—267 дают византийские орнаменты, таблица 15 дает рисунок орнаментов в Альгамбре.

На черт. 268—274 и на таблиц. 16 и 17 собраны орнаменты средних веков и эпохи Возрождения. Таблицы 18 до 23 представляют геометрические орнаменты новейшего времени. Из всех этих рисунков видно, с каким разнообразием могут сочетаться прямая с кругом, для воспроизведения более или менее интересных форм орнаментов.

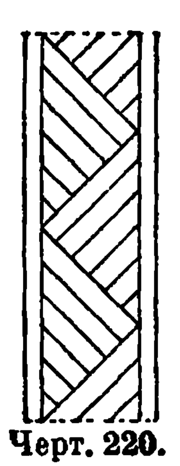




Черт. 218.

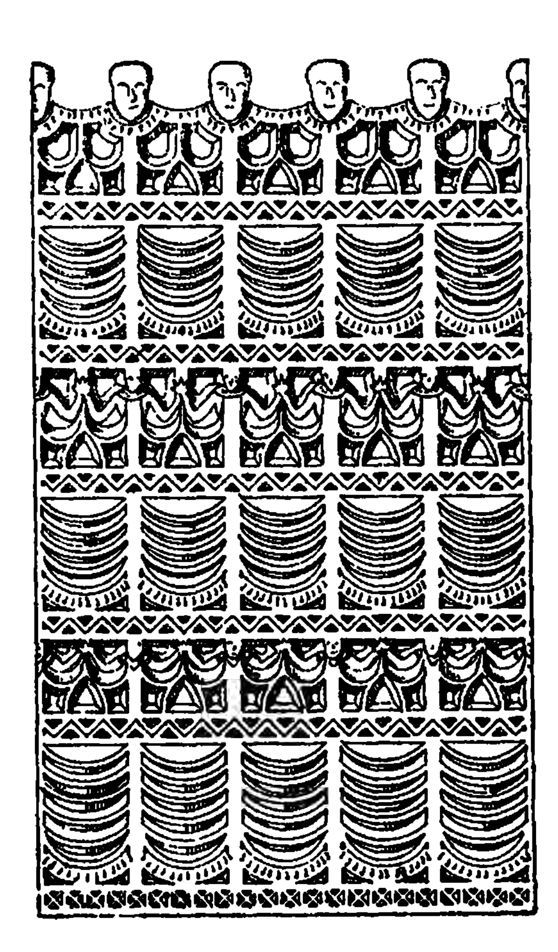


Черт. 219.

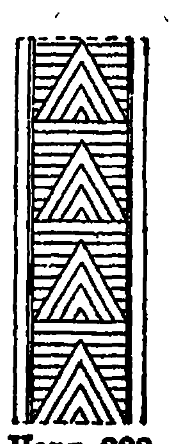


Черт. 220.

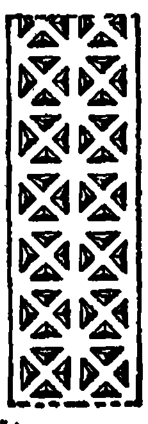
Черт. 221.



Черт. 224.

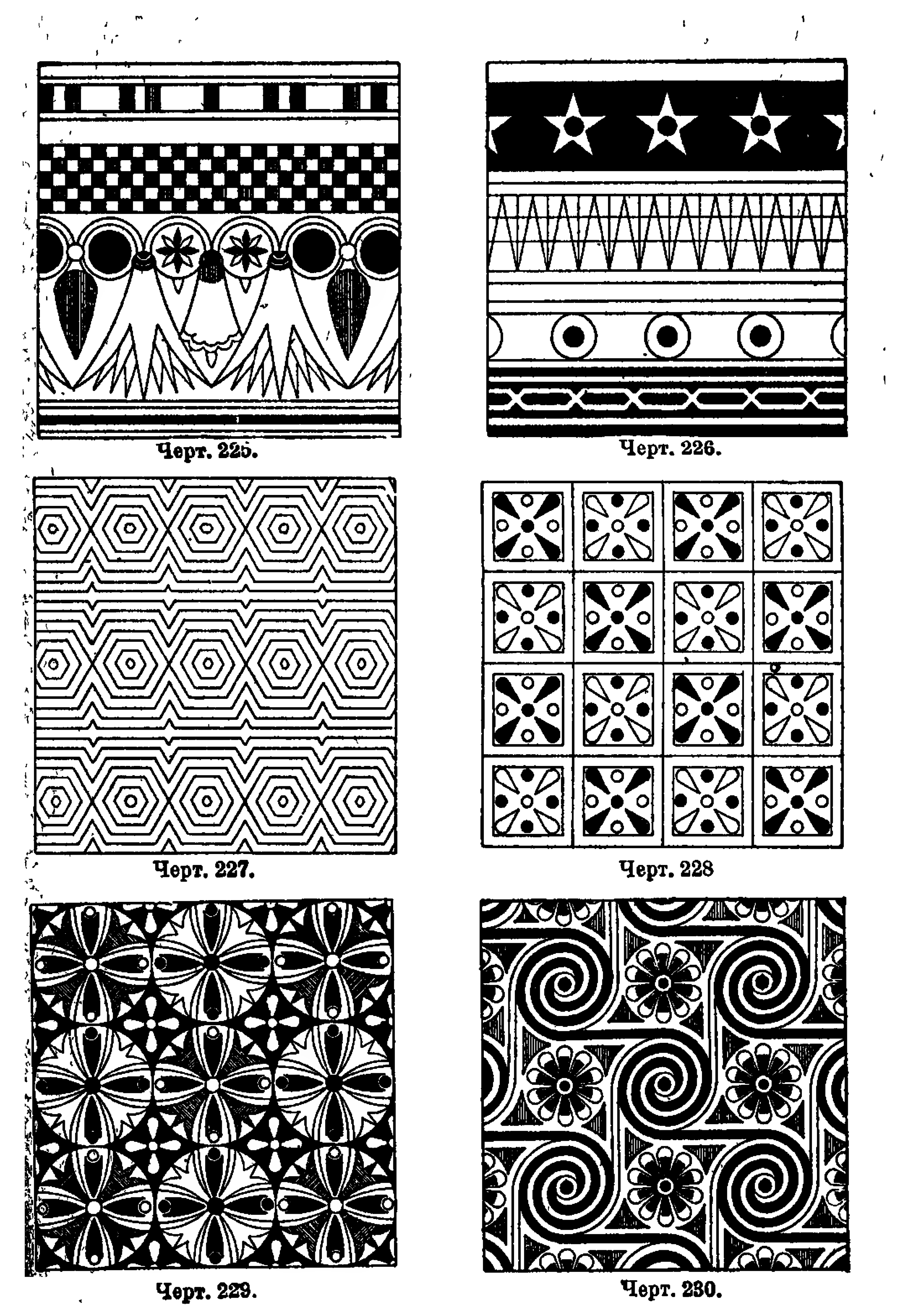


Черт. 222.



Черт. 223.

Орнаменты диких народностей.

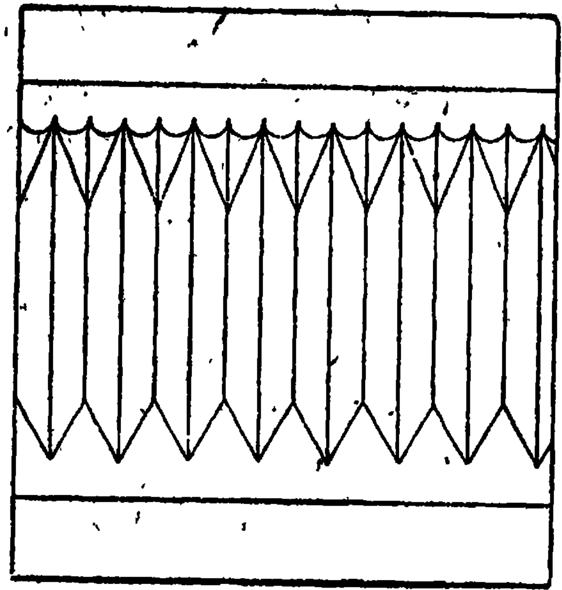


Черт. 225. Черт. 226.

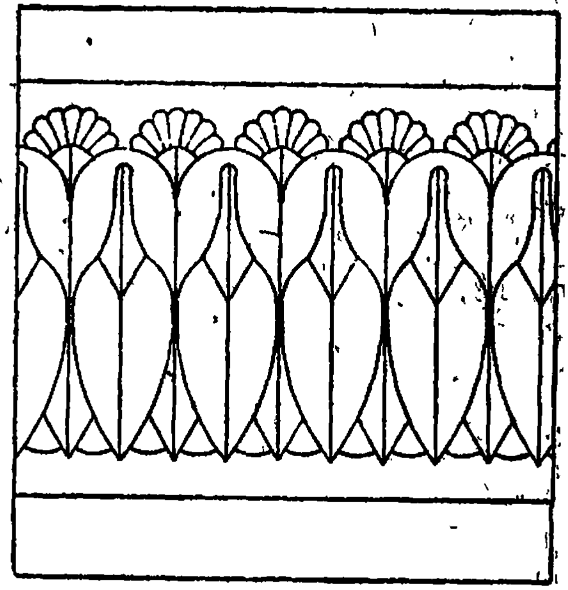
Черт. 227. Черт. 228

Черт. 229. Черт. 230.

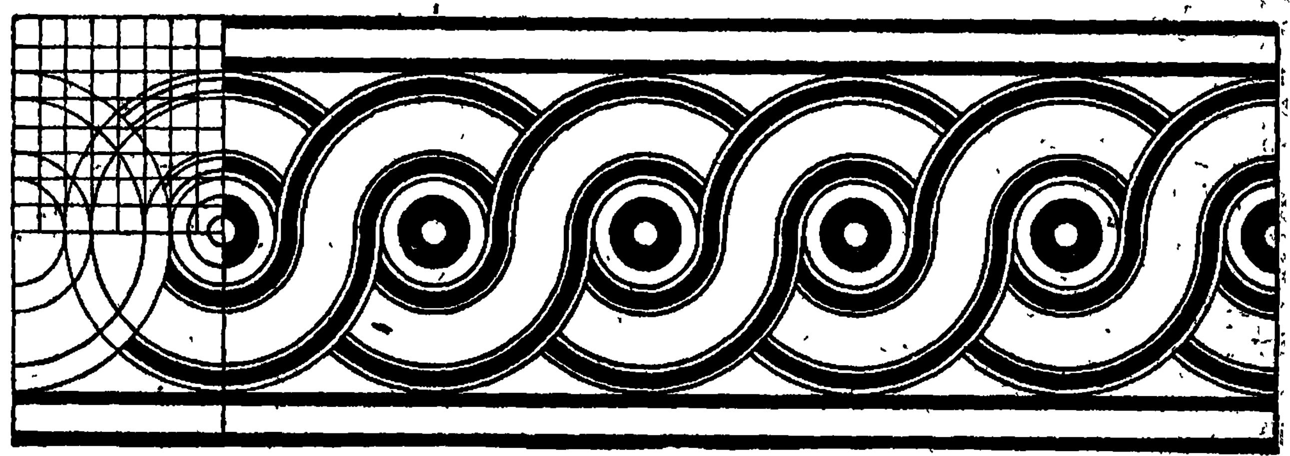
Египетские орнаменты.



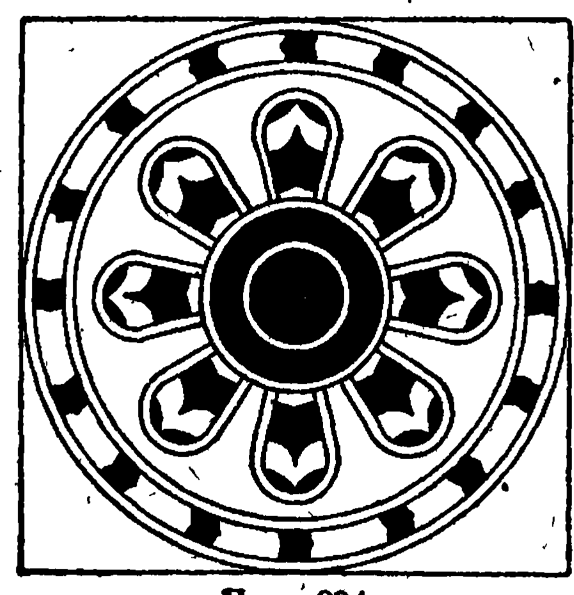
Черт 231.



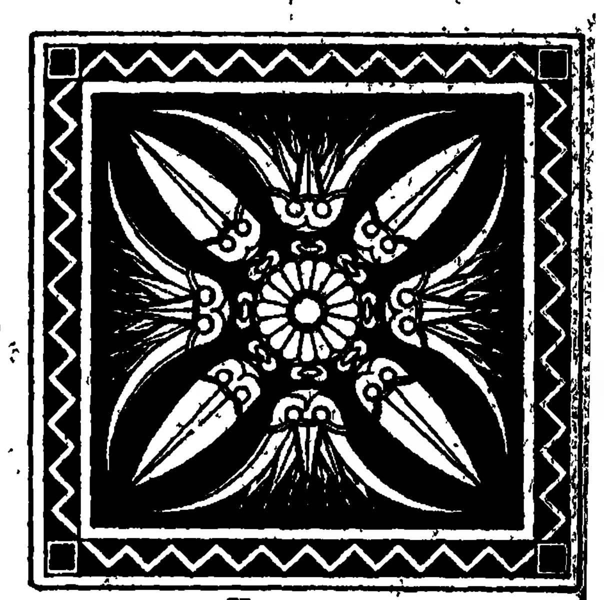
Черт. 232.



Черт. 233.



Черт. 234.



Черт. 235.

Ассирийские и персидские орнаменты.

Таблица 14. Из персидской рукописи.

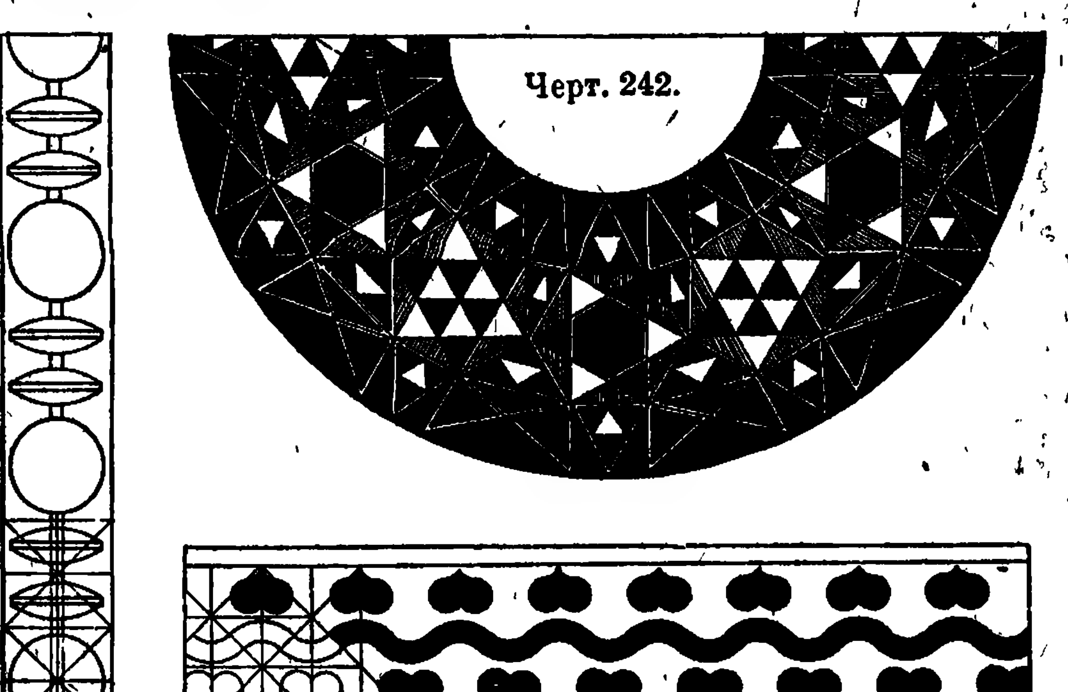
Черт. 236.

Черт. 237

Черт. 239.

Черт. 238.

т.



Черт. 242.

Черт. 243.

Черт. 245.

Черт. 244.

С греческих сосудов из глины.

Помпеянская мозаика.

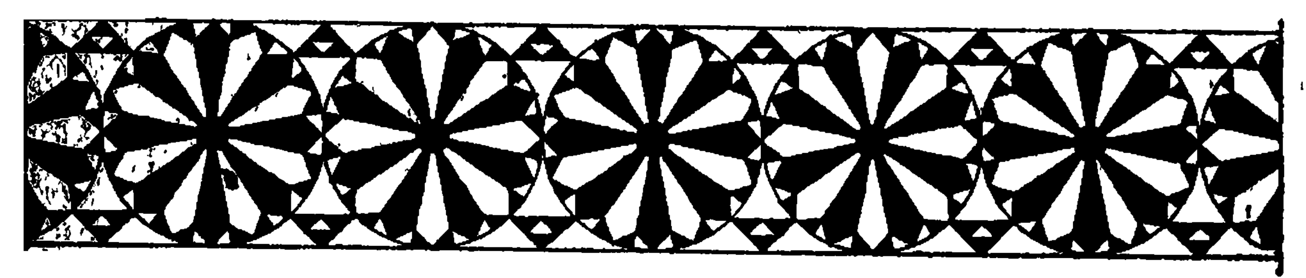
Черт. 246.

Черт. 247.

Черт. 248.

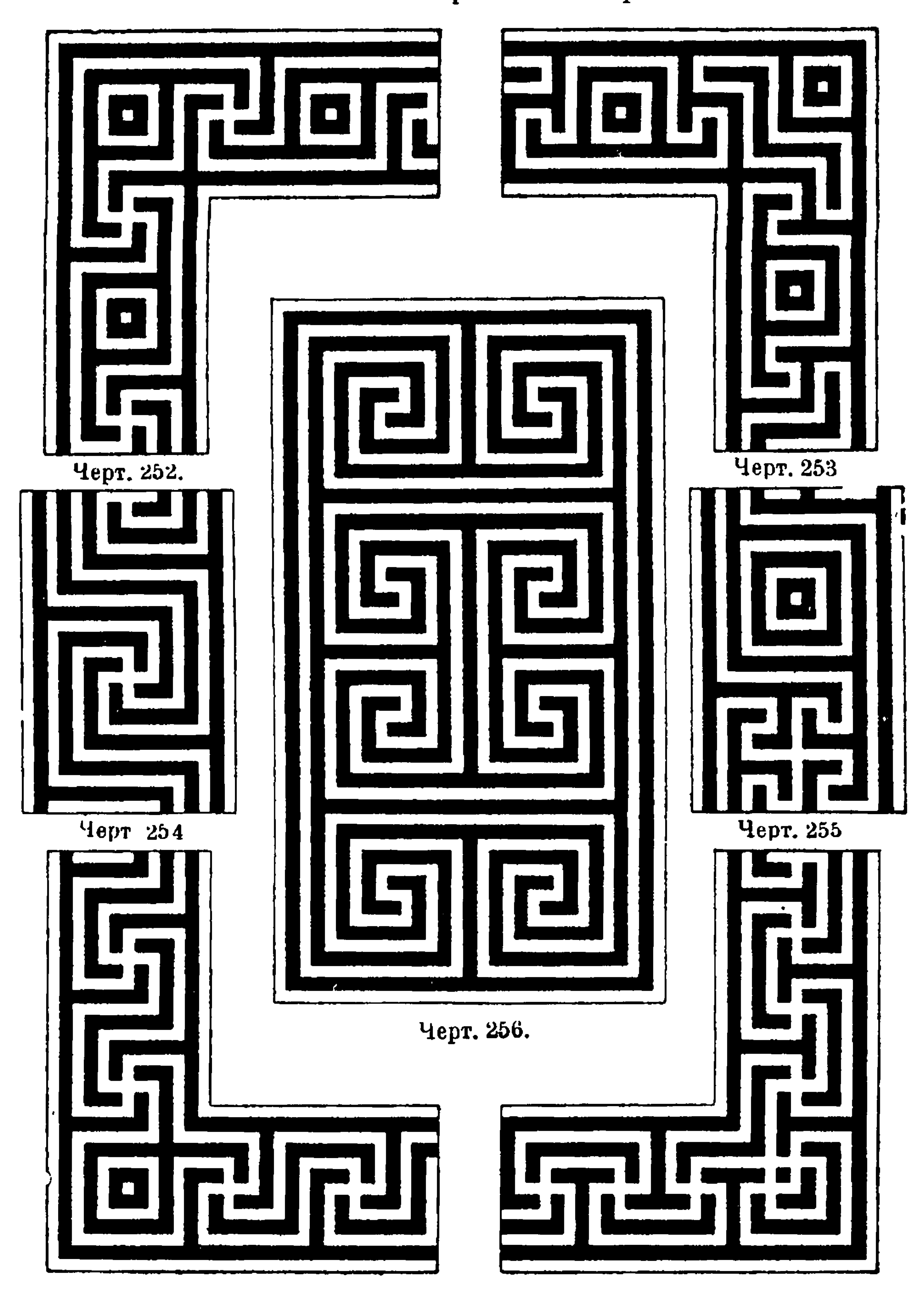
Черт. 249.

Черт. 250.



Черт. 251.

Греческие орнаменты. Мозаика из Равенны.



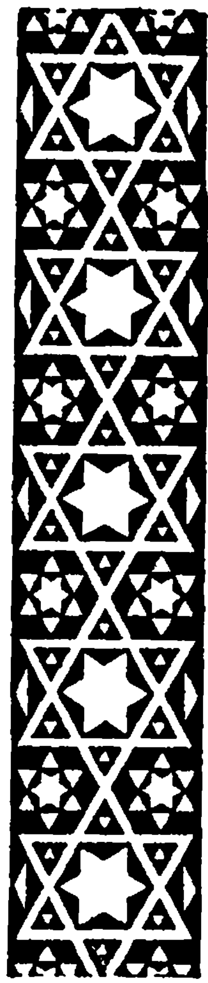
Черт. 252.

Черт. 253

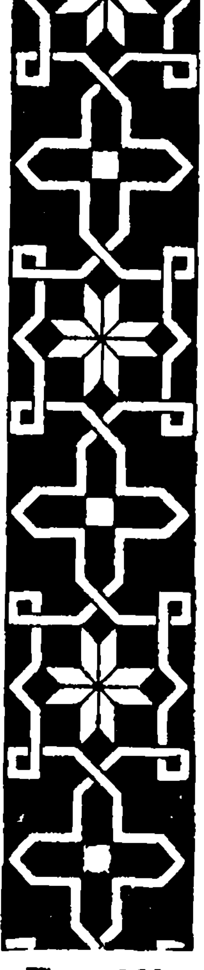
Черт 254

Черт. 255

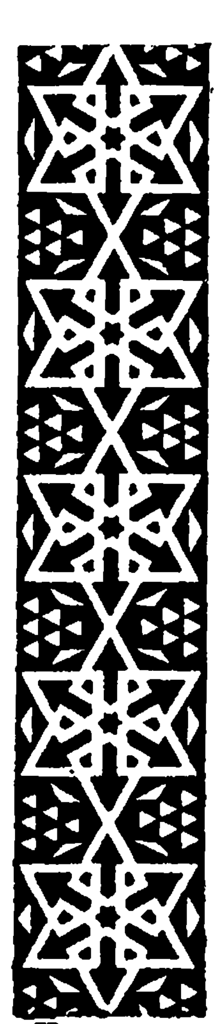
Черт. 256.



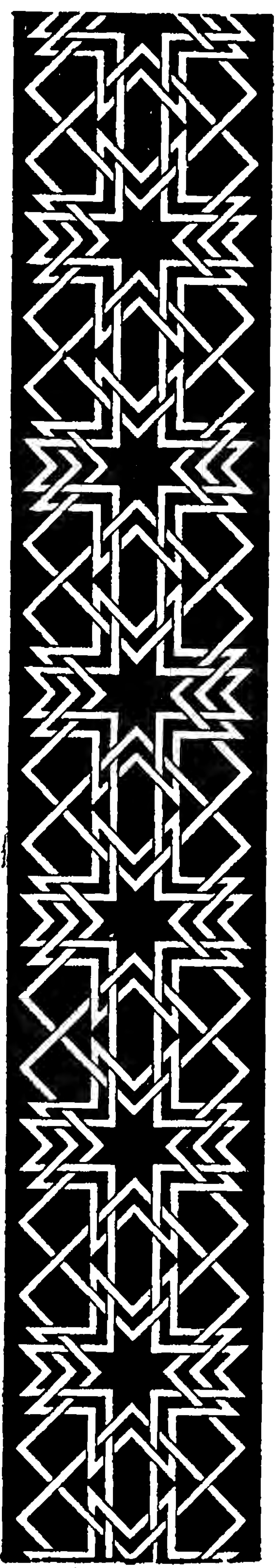
Черт. 259.



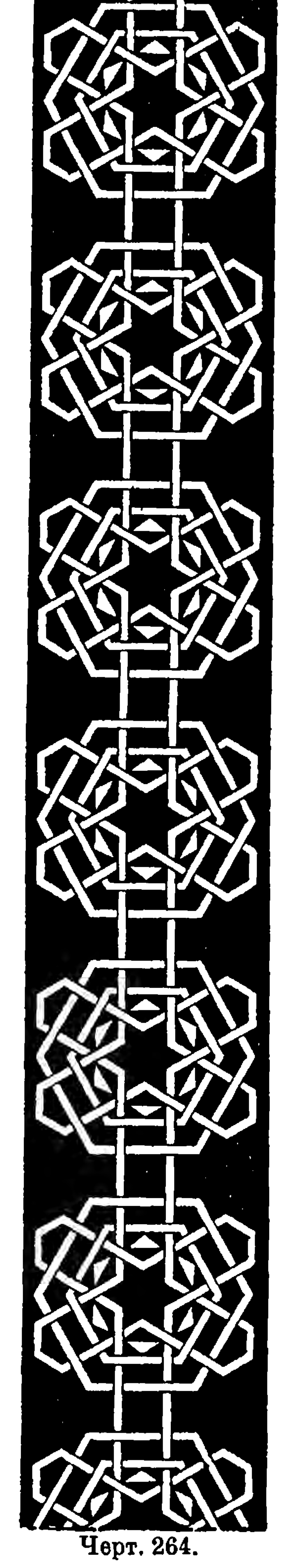
Черт. 260.



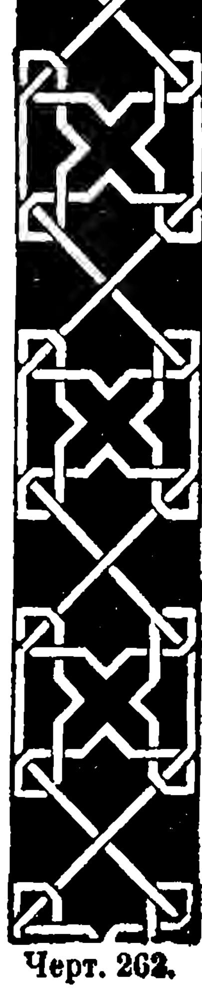
Черт. 261.



Черт. 263.



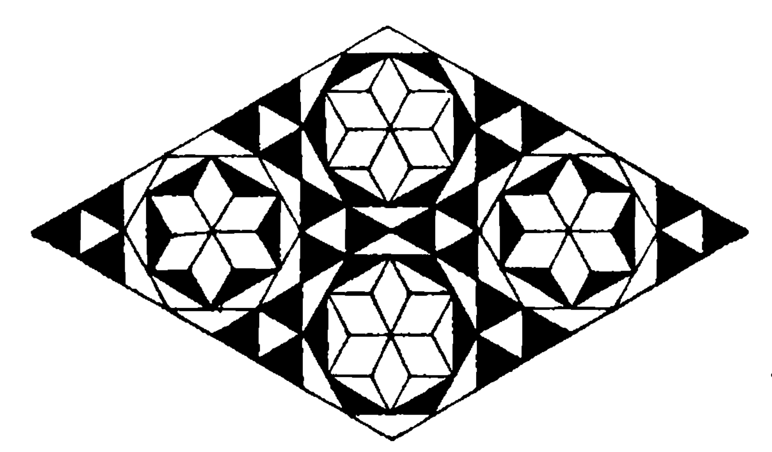
Черт. 264.



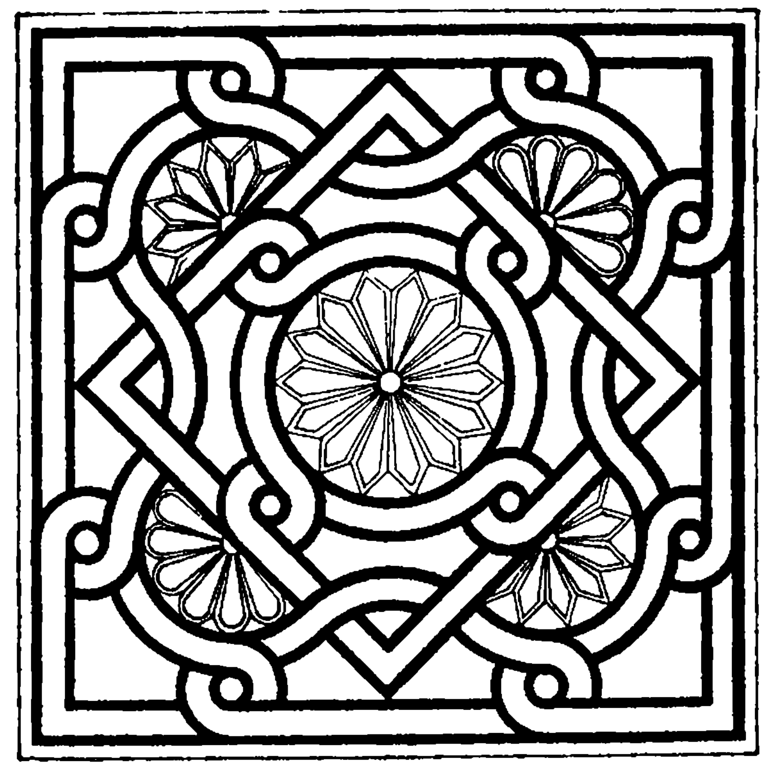


Черт. 262.

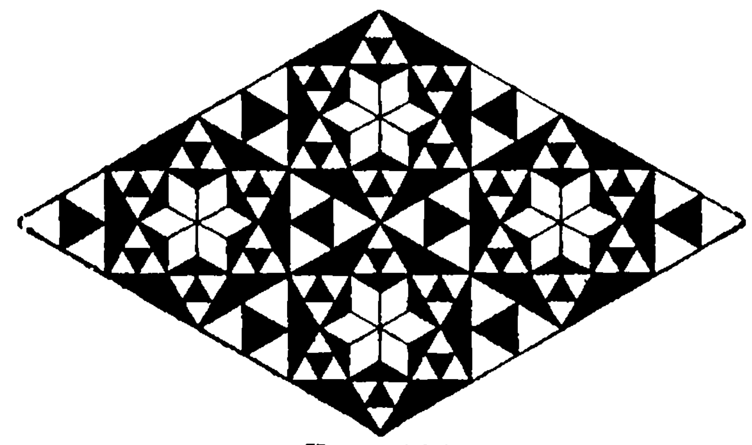
Мозаика из Сицилии.



Черт. 265.



Черт. 266.



Черт. 267.

Византийские орнаменты.

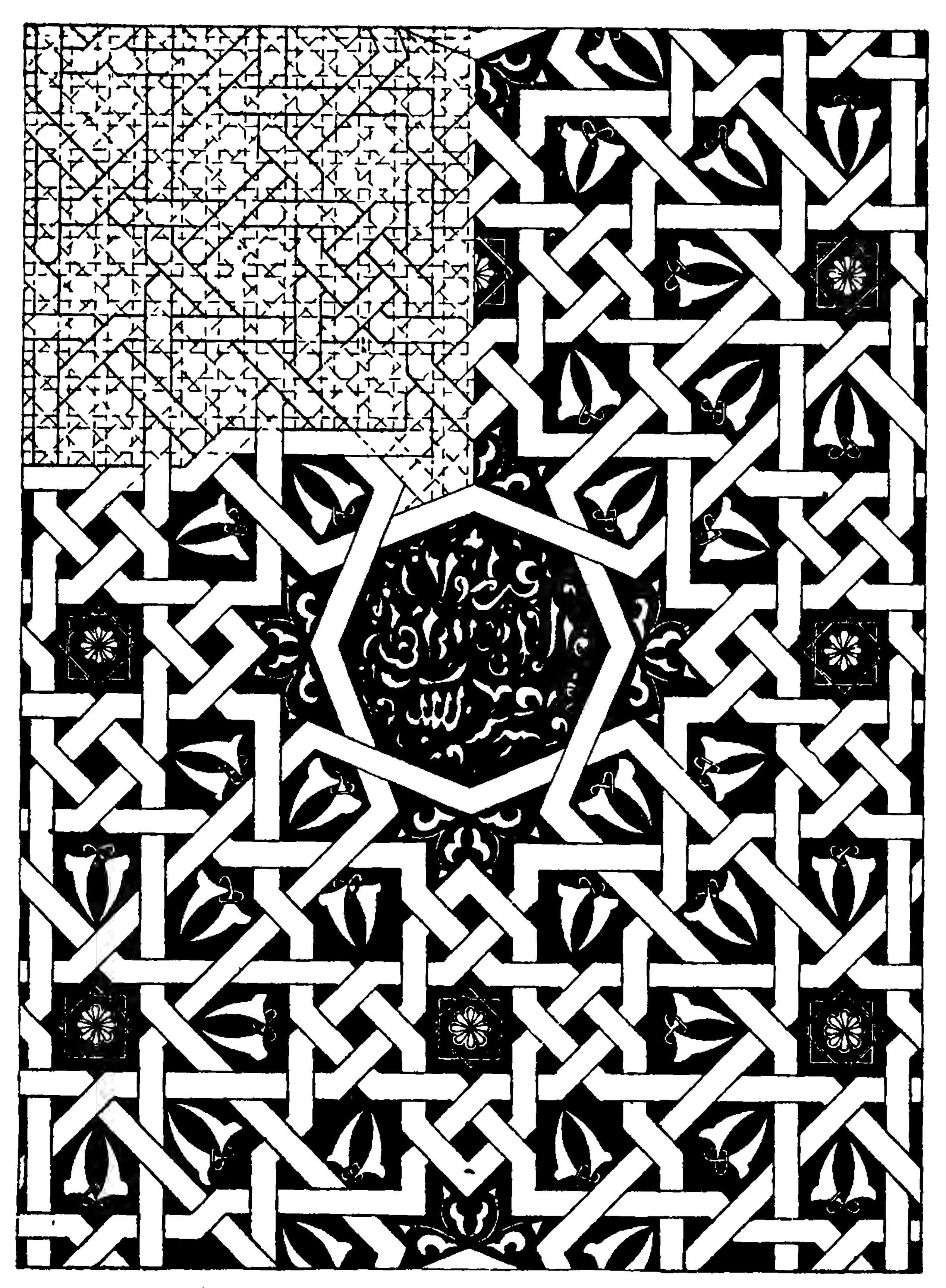
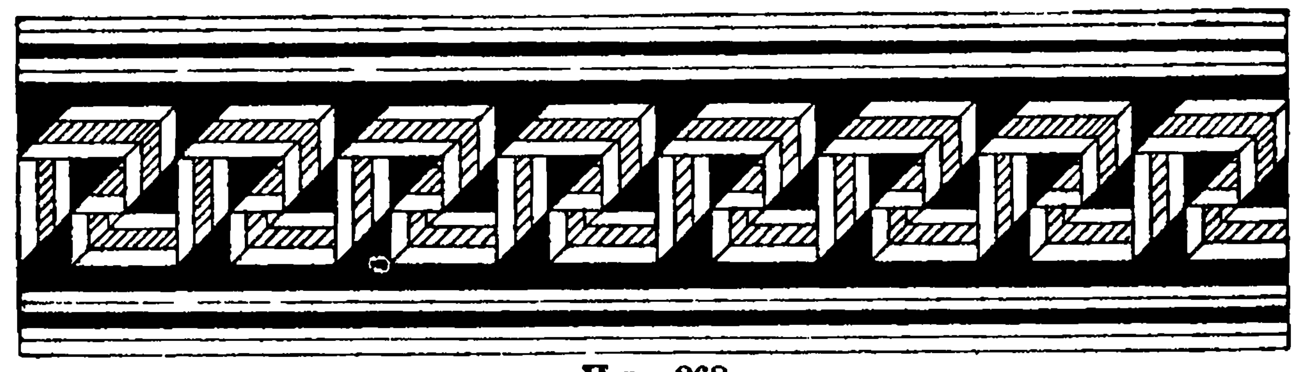
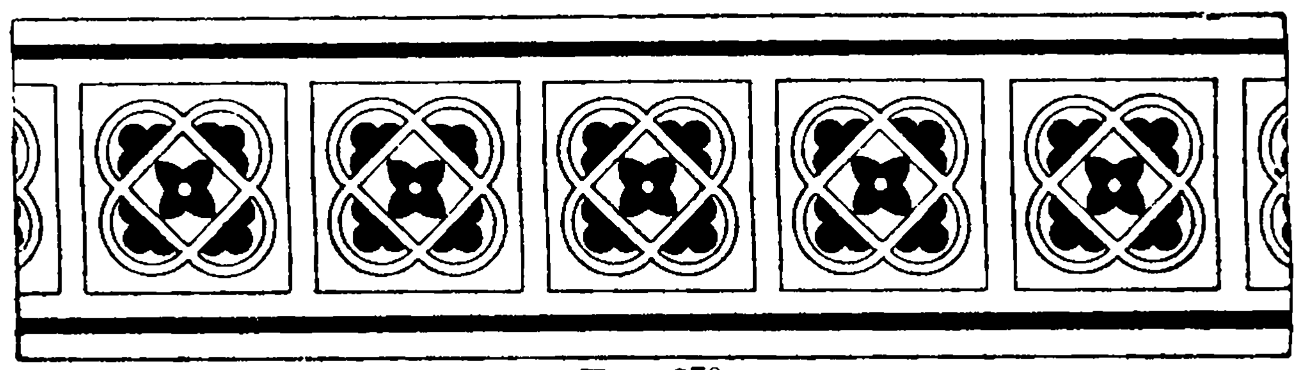


Таблица 15. **Мавританские панели из Альгамбры.**



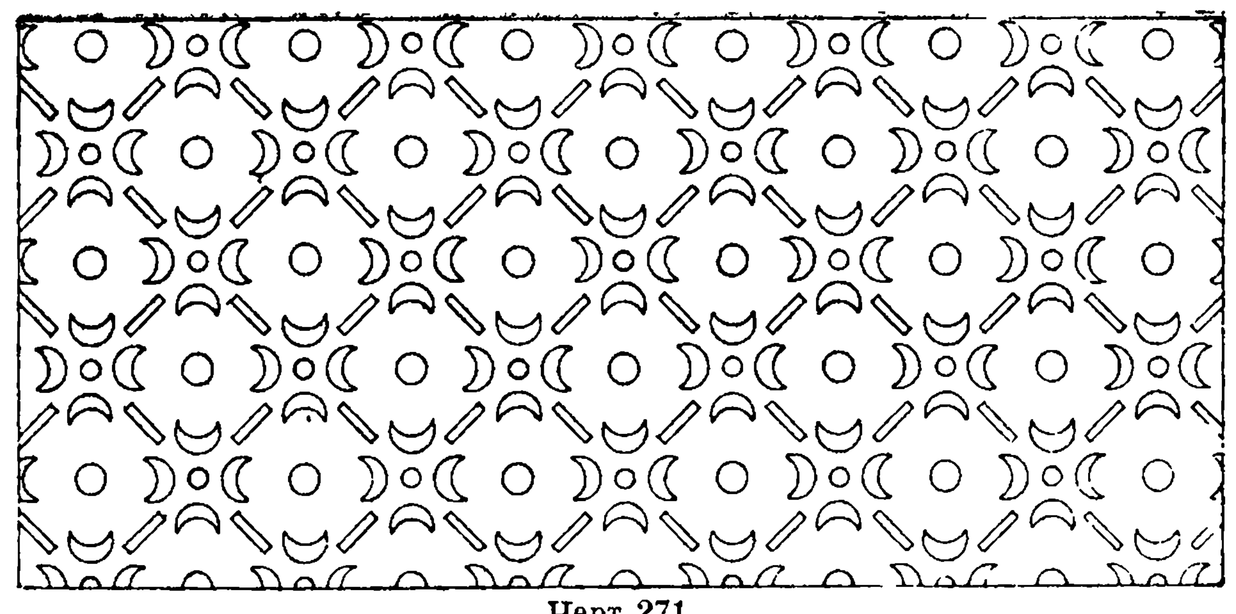
Черт. 268.

Черт. 269.

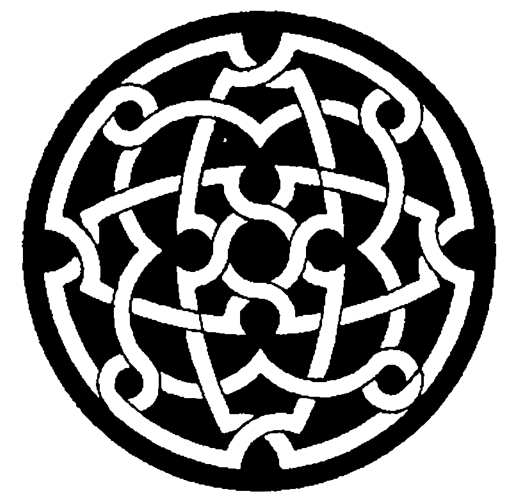


Черт. 270.

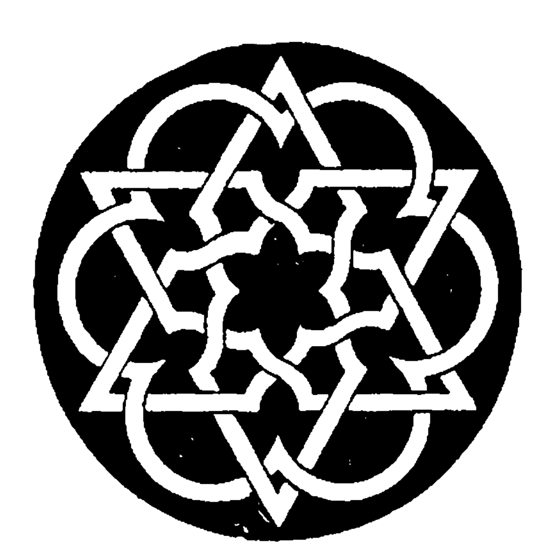
Средневековые орнаменты.



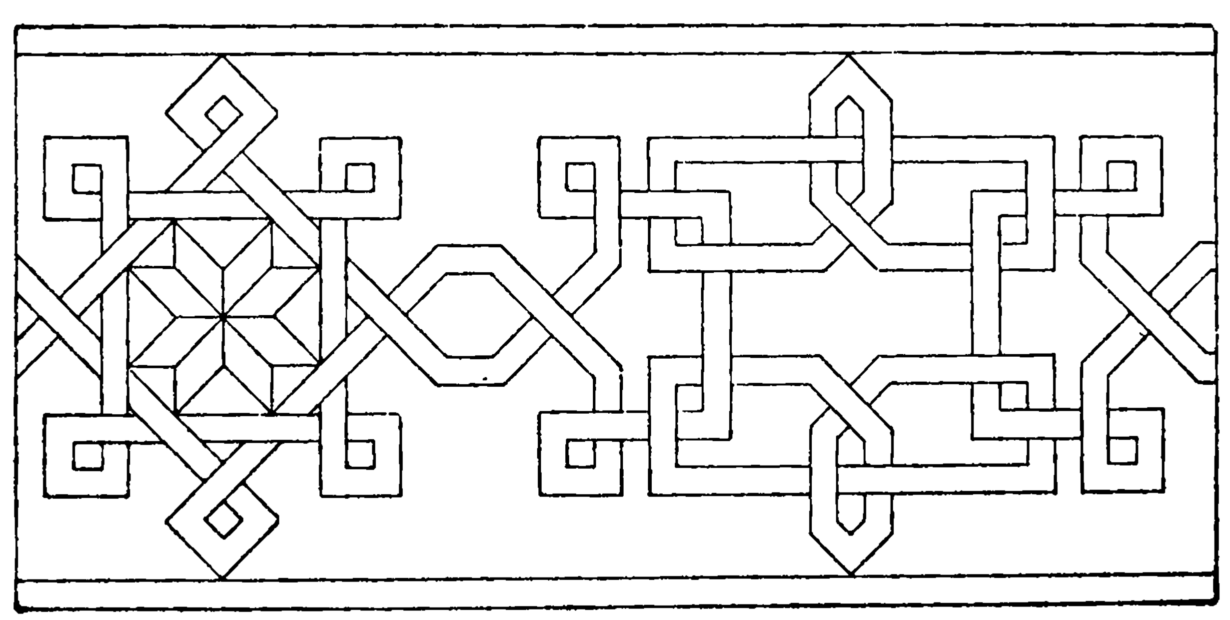
Черт. 271.



Черт. 272.



Черт. 273.



Черт. 274.

Орнаменты эпохи Возрождения.

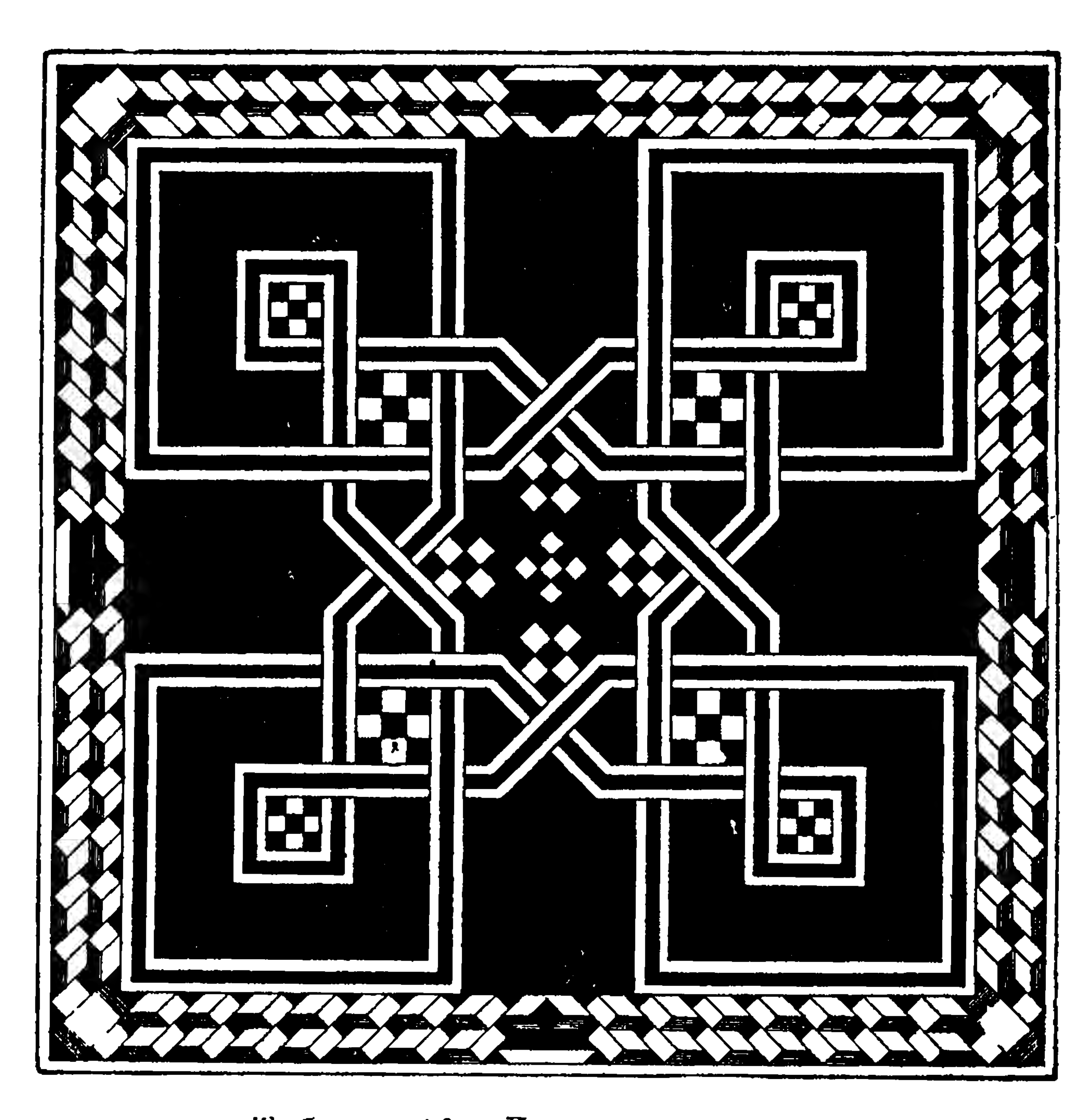


Таблица 16. **Деревянная заделка.**

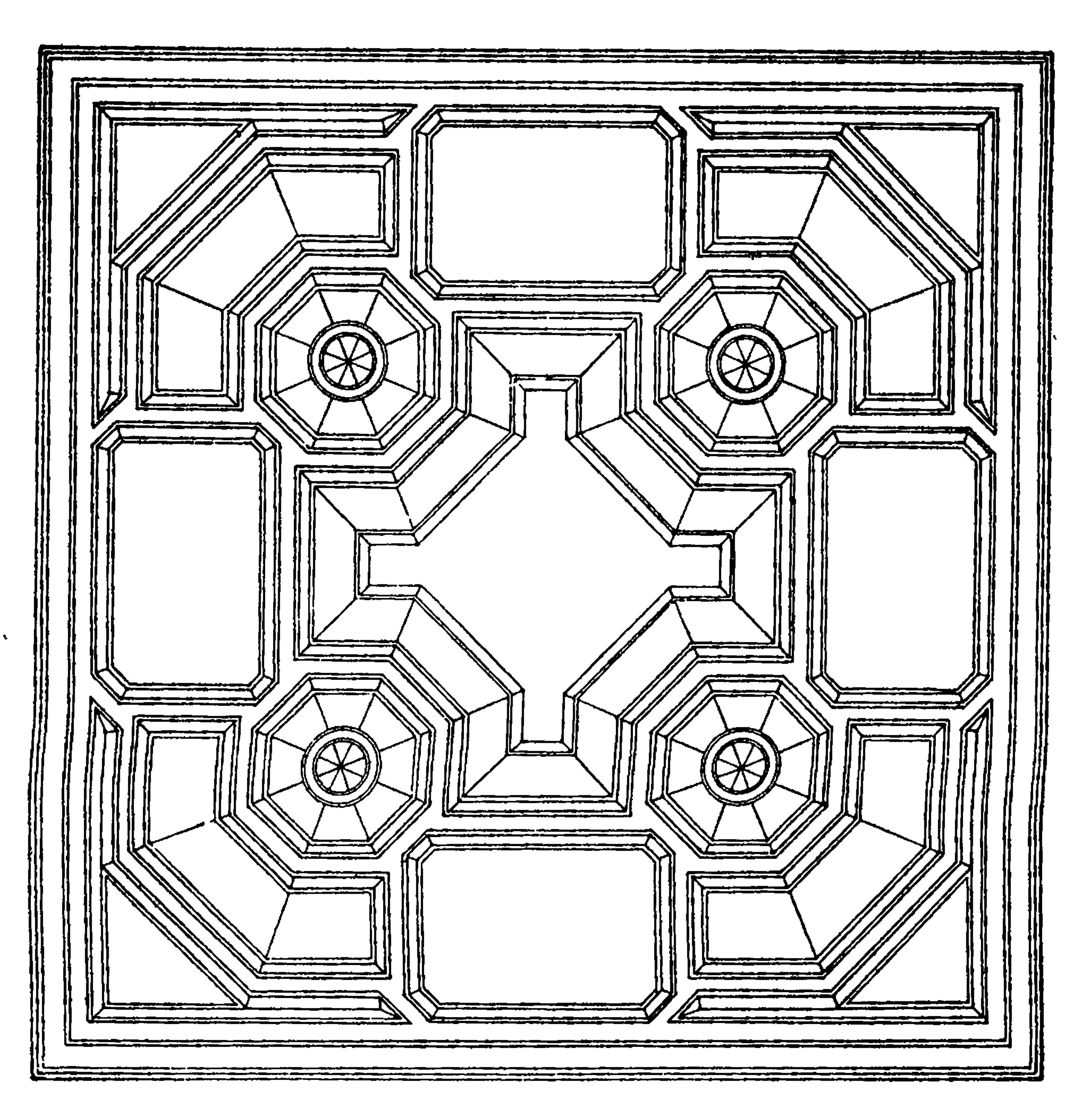


Таблица 17. **Деревянное покрытие.**

Современные орнаменты.

MODERNE ORNAMENTE

TAPETE.

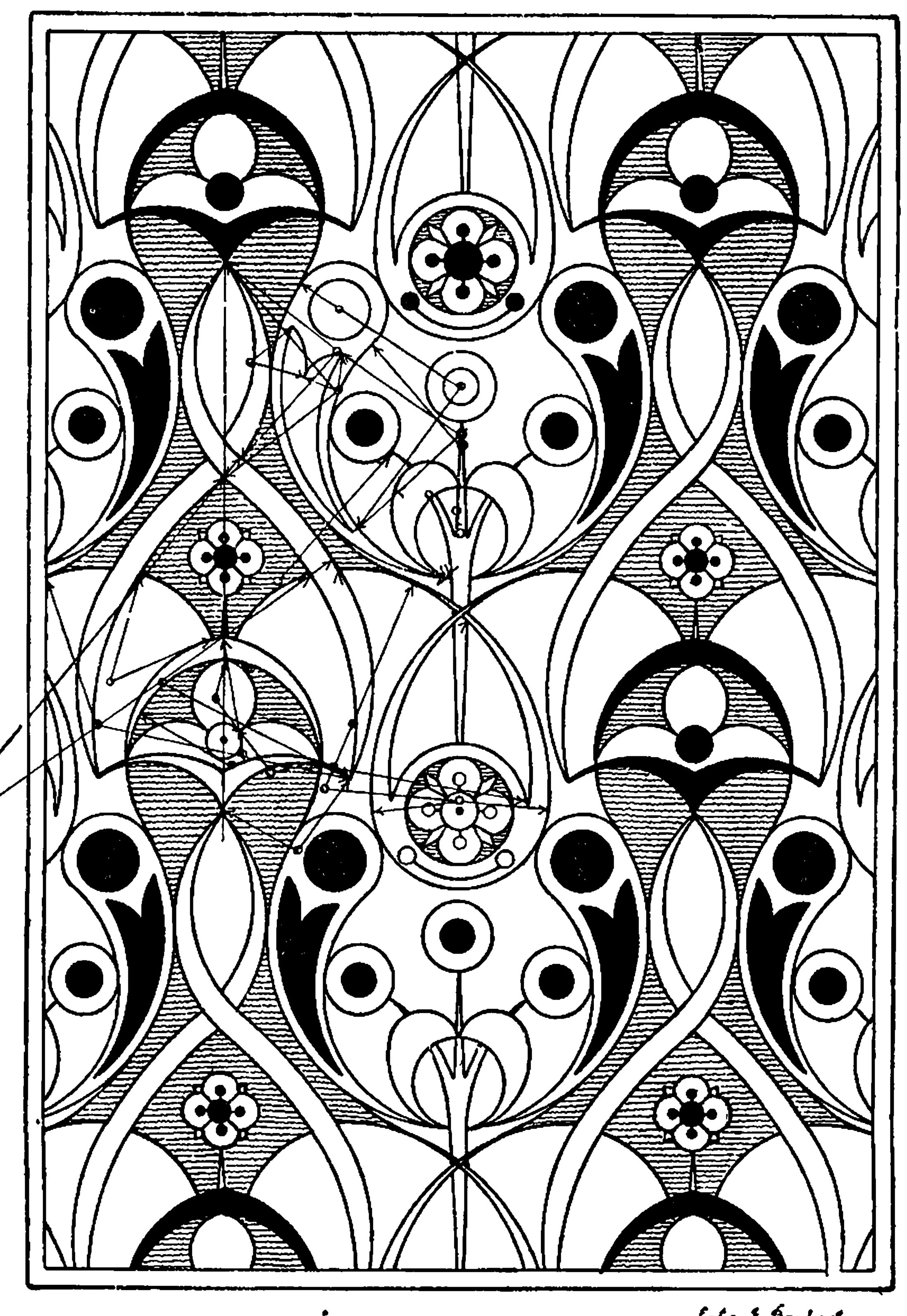


Таблица 18. **Обои.**

Современные орнаменты.

MODERNE ORNAMENTE

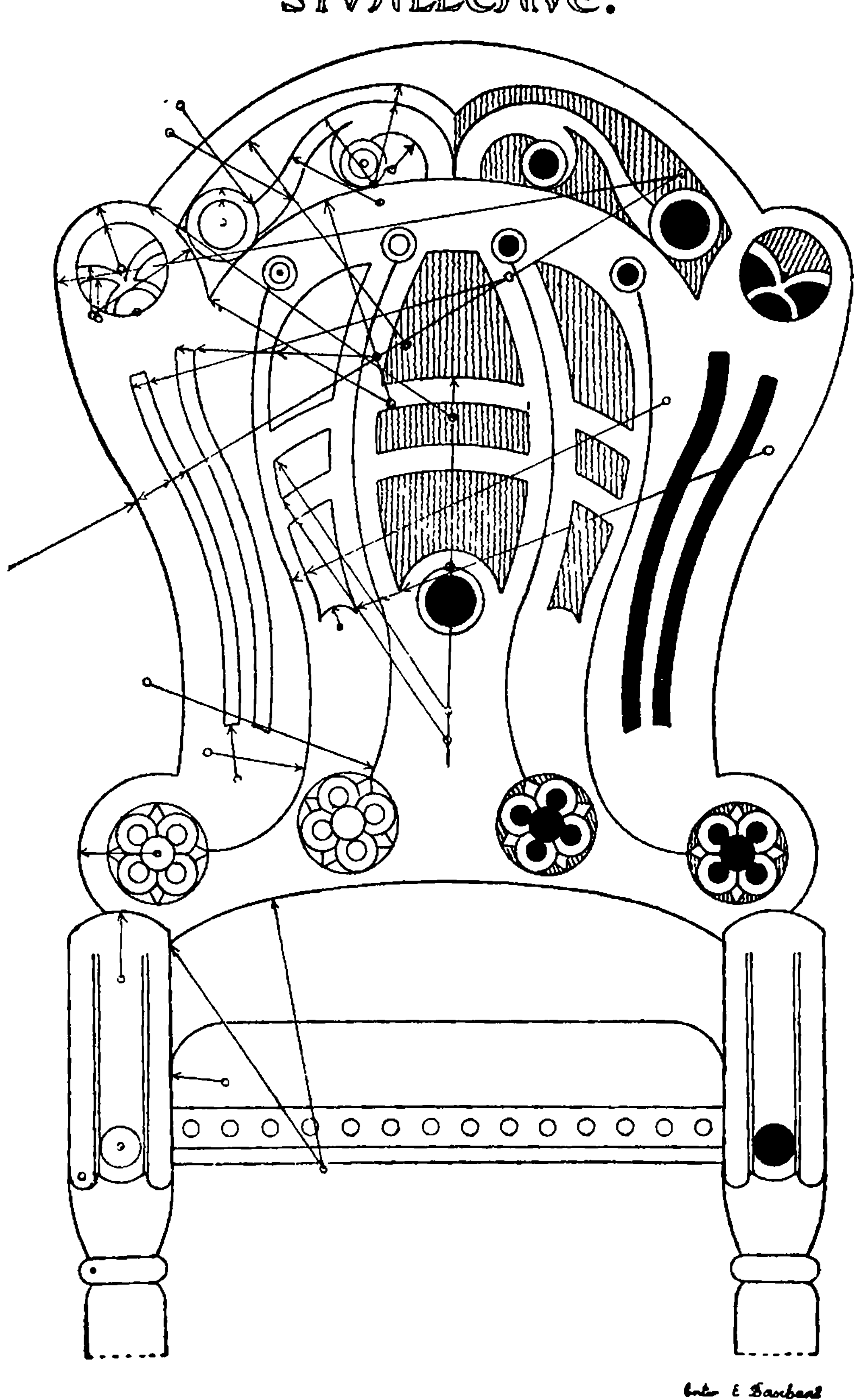


Таблица 19. **Кресла.**

Современные орнаменты.

MODERNE ORNAMENTE

BUCHEINBAND.

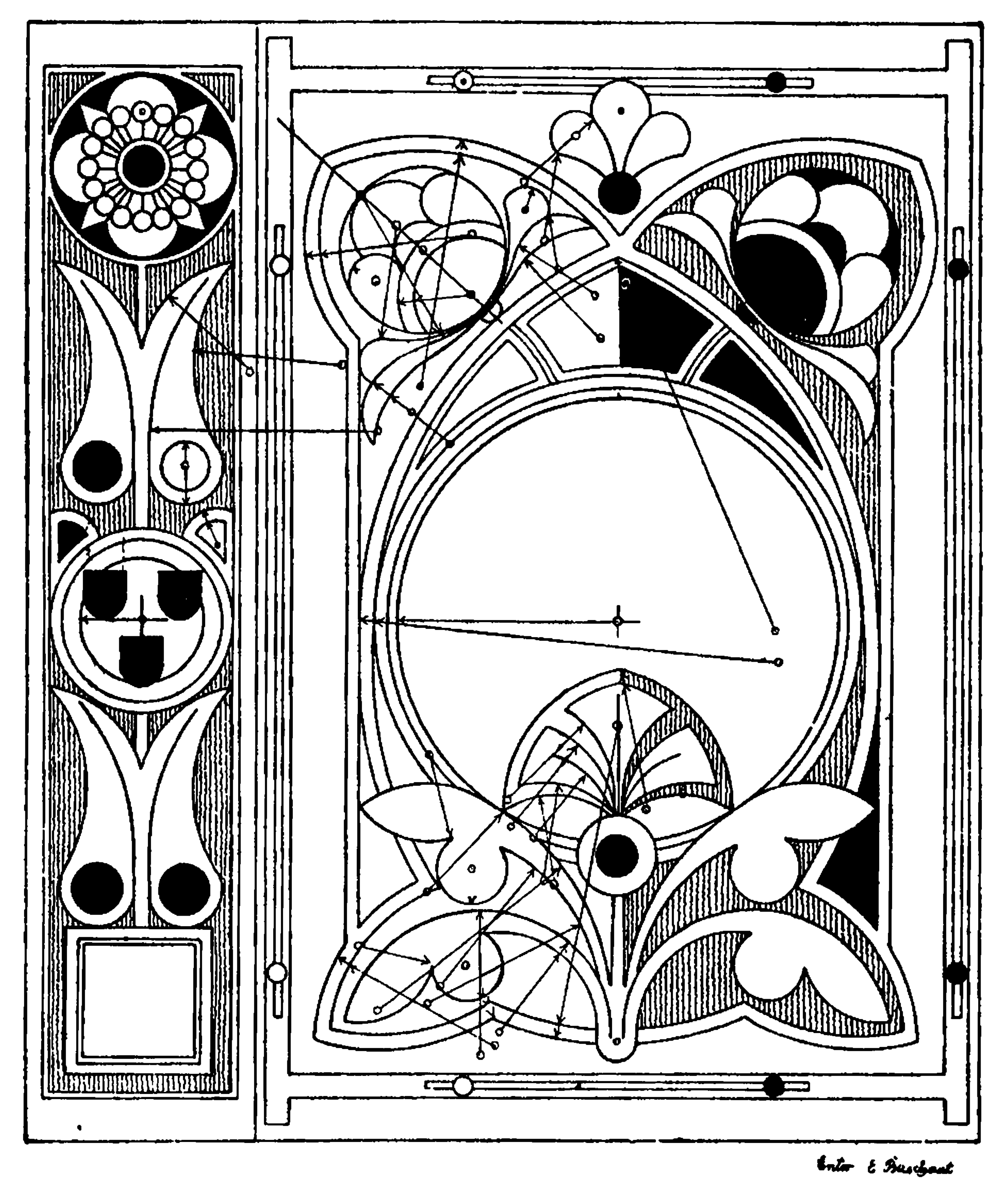


Таблица 20. **Книжный переплет.**

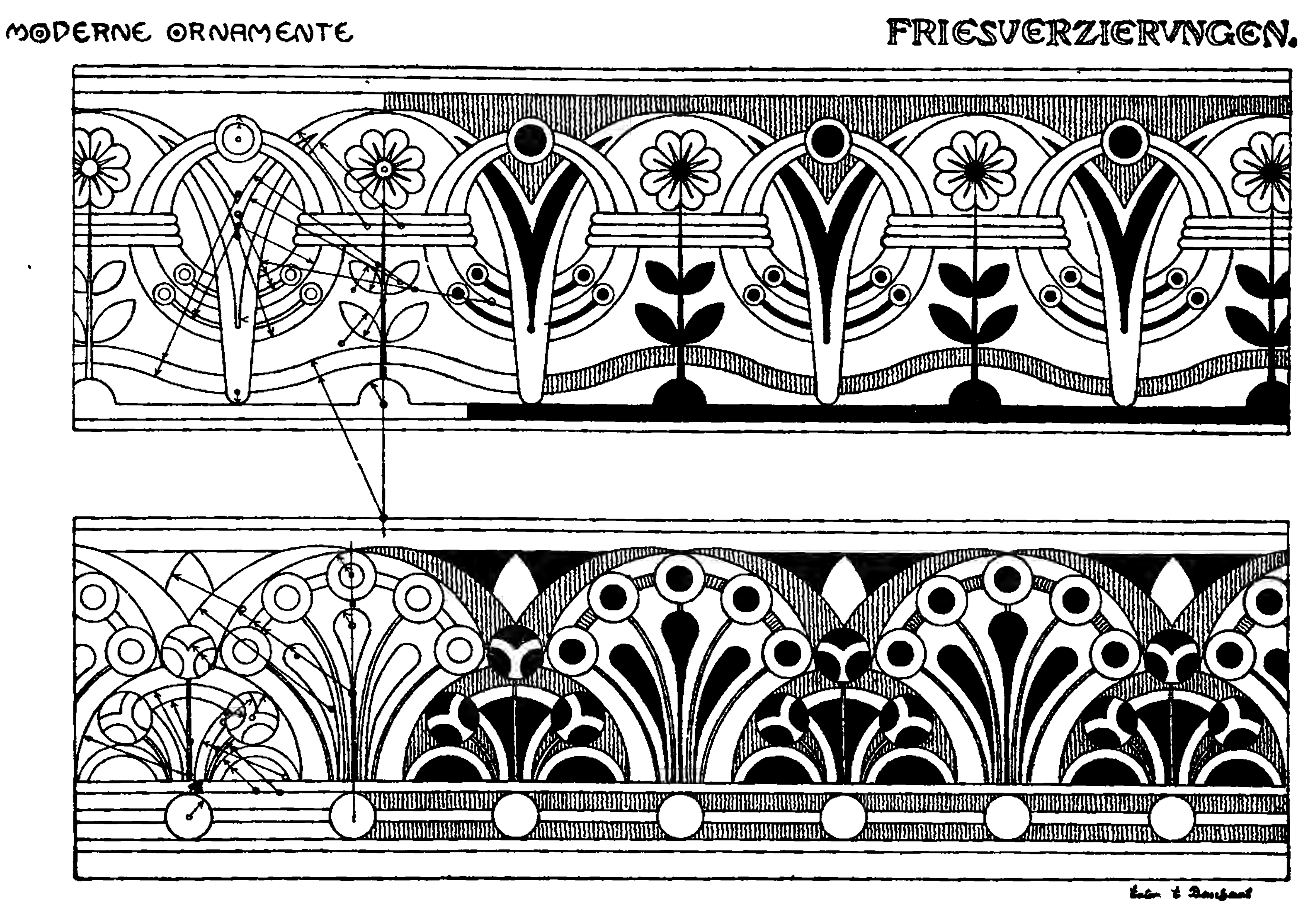


Таблица 21. Украшения фриза.

Современные орнаменты.

TEPPICHECKE.

Таблица 22. Угол ковра.

MODERNE ORNAMENTE

Современные орнаменты.

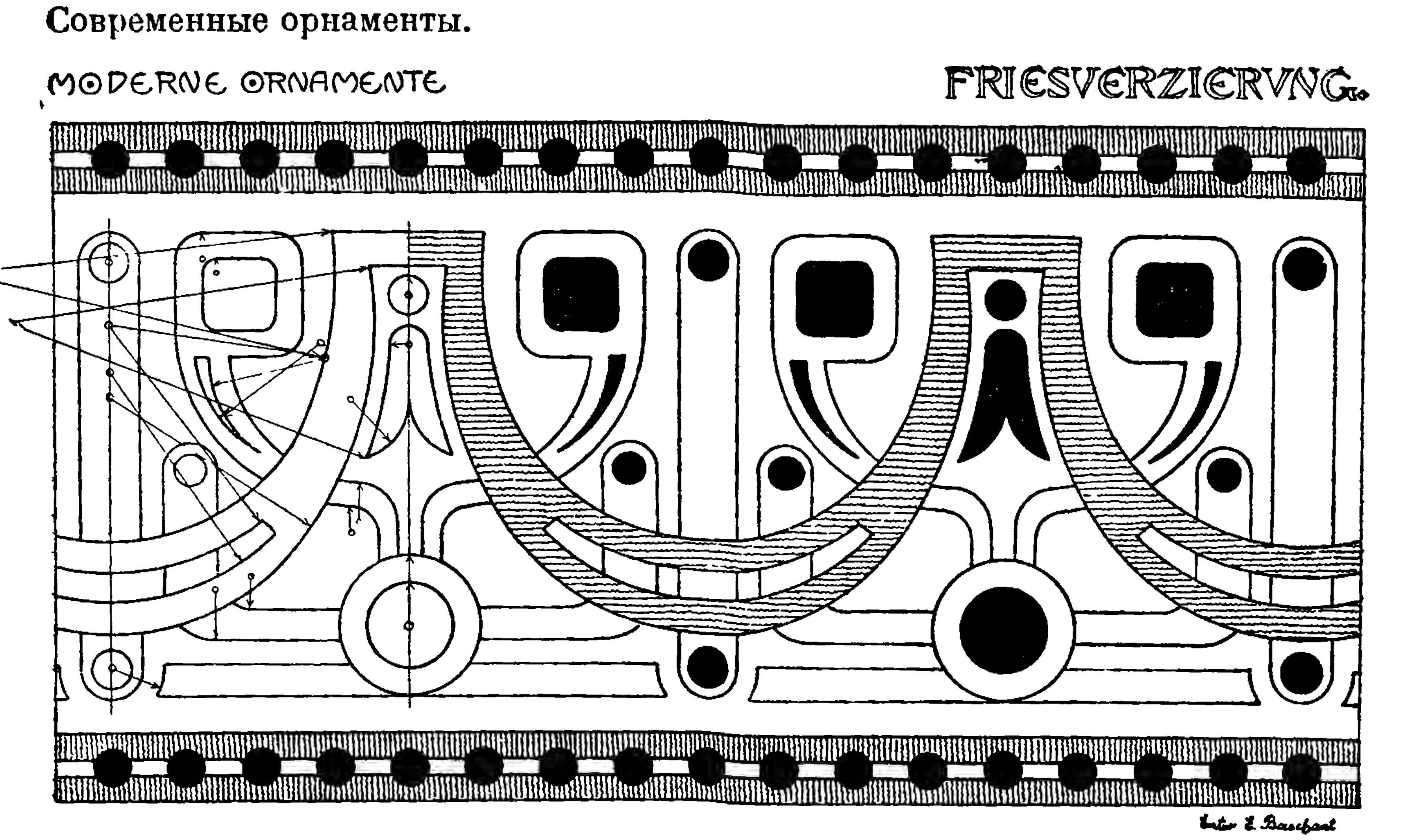


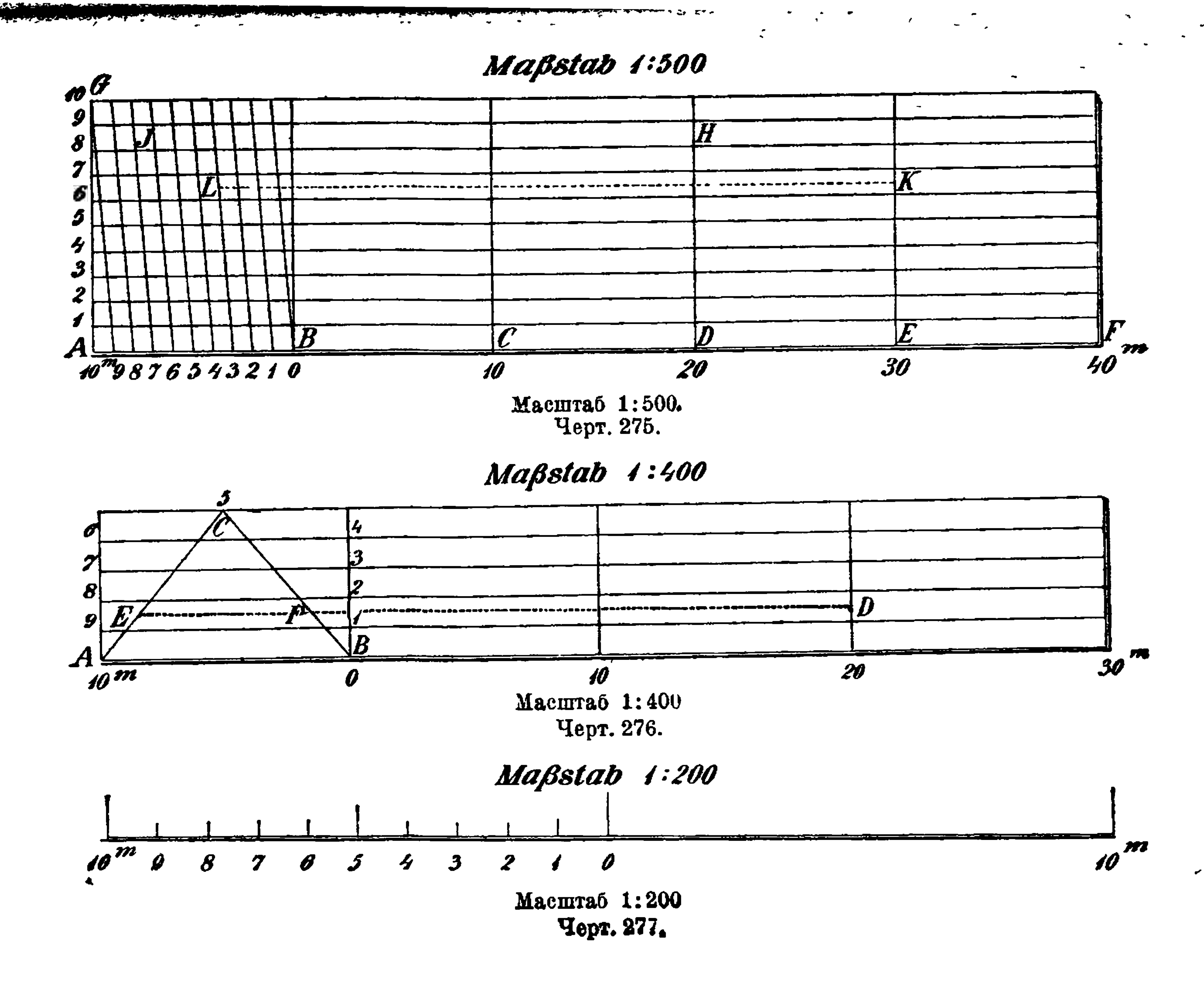
Таблица 23. Украшения фриза.

XII. Построение масштабов.

Если требуется выполнить чертеж предмета в определенном отношении к его натуральной величине, то для этого необходим масштаб. На нем единица длины должна быть нанесена в данном отношении к натуральной величине и разделена соответственно принятой системе меры длины. Весьма целесообразно применение поперечного масштаба (см. черт. 275). Здесь единица длины, напр., 10 метр., отложена в $\frac{1}{500}$ натуральной величины (т. е. 2 см.), на *AB*, *BC*, *CD*, *DE*, *EJ*. Если (черт. 275) разделим длину *AB* на 10 равных частей, проведем затем в точке *A* перпендикуляр к *AB* и отложим на нем 10 равных частей произвольной величины *1*, *2*, *3*, *4*...*10*, то через точки деления можно провести параллели к *AF*.

Если, кроме того, соединить точку *G* с точкой *9* на *AB* и провести через остальные точки деления *8*, *7*, *6*... на *AB* параллели к *G*·*9*, затем в точках *B*, *C*, *D*, *E* и *F* перпендикуляры к *AF*, то получим черт. 275, представляющий поперечный масштаб 1 : 500. С помощью этого масштаба можно брать протяжения с точностью до 1 сантиметра.

Если требуется взять длину в 25 м., то ставят одну ножку циркуля в точке *D* (20 м.), другую ножку в точке *5* на *AB*; отрезок *5 D* представляет длину в 25 м. Если нужно взять длину в 26,8 м., то отыскивают на *AG* горизонталь, проходящую через точку *8*, ставят одну ножку циркуля в точку пересечения названной илатнозирог с перпендикуляром к *AB* в *D*, другую ножку упирают в точку *H* пересечения параллели к *9G*, проходящей через *6* на *AB*, с горизонталью, проведенной через *8*; получится отрезок *HJ* = 26,8 м.



Масштаб 1:500.
Черт. 275.

Масштаб 1:400
Черт. 276.

Масштаб 1:200
Черт. 277.

Длина 33,65 м. представлена отрезком *KL*. При этом *KL* определяется между шестой и седьмой горизонталью на глаз.

Другой род поперечного масштаба показан на черт. 276. Здесь проведены только пять горизонталей и наклонные линии *AC* и *BC*. По этому масштабу можно брать длины с точностью до 1 дециметра; так, напр., отрезок *DE* обозначает длину 28,4 м., а отрезок *DF* — длину в 21,6 м.

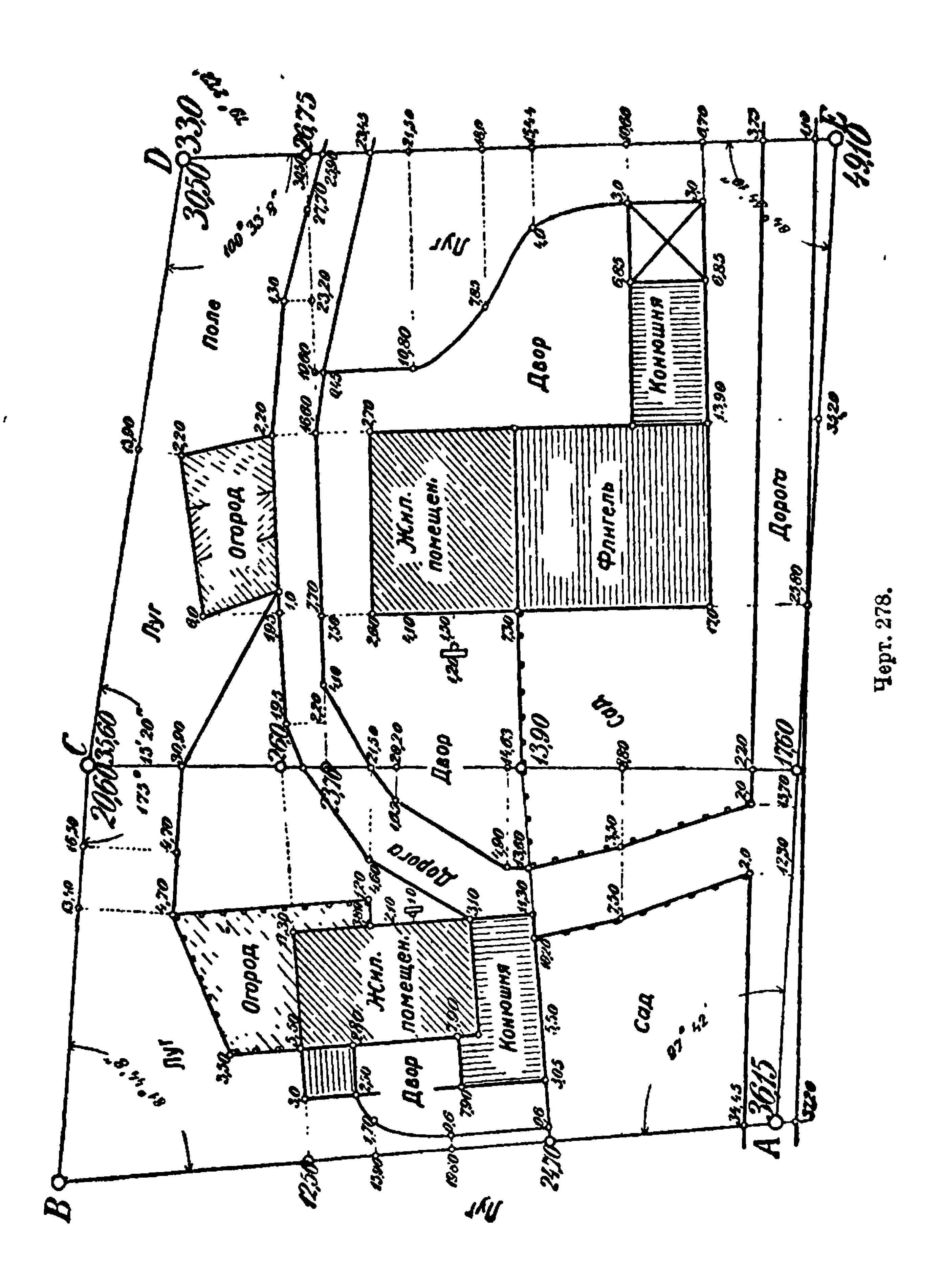
На черт. 277 представлен масштаб без поперечного деления. По этому масштабу можно брать длины до 1 метра, дециметры определяются на глаз.

XIII. Уменьшение и увеличение фигур.

Уменьшение и увеличение фигур исполняются различным образом.

Один из способов проводится с помощью только что указанного масштаба. Этот способ применяется преимущественно, в тех случаях, когда идет речь об изображении плана расположения здания на основании произведенных измерений, как показано черт. 278 на нем произведена разбивка полигона *ABCDE*, в нем измерены длины сторон и углы, ими образованные.

Протяжения откладываются на черт. 278 в определенном масштабе, в данном случае в масштабе черт. 275. В точках *A* и *B* нужно построить измеренные углы. В поле внутри полигона *ABCDE* проведены еще дальнейшие вспомогательные линии, которые использованы, как оси, для нанесения отдельных точек местности таким образом, что из этих точек опущены перпендикуляры на оси и измерены их протяжения. Измеренные таким образом протяжения отложены на чертеже в


A
B
C
D
E
поле
луг
Огород
Жил. помещен.
Флигель
Конюшня
Двор
Сад
Дорога

Черт. 278.

обусловленном масштабе и на соответствующих линиях. Таким путем получается рисунок черт. 278. Этот чер-

Черт. 279.

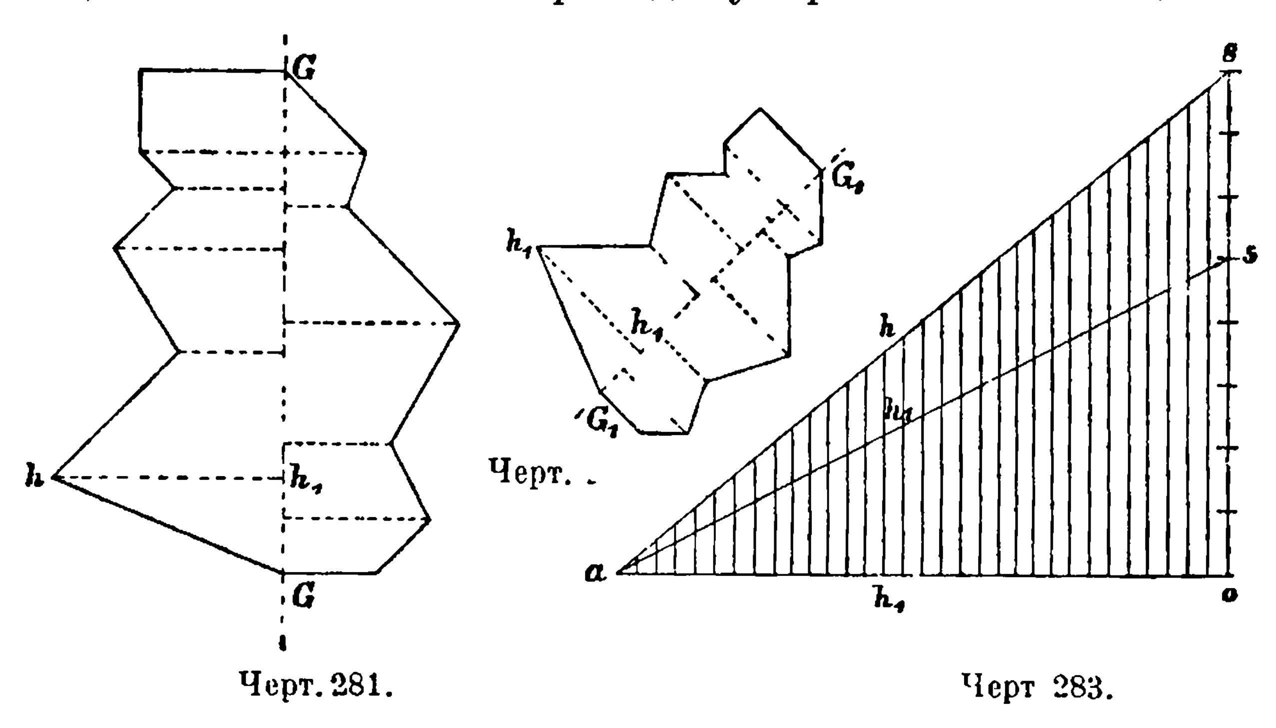


Черт. 280.

теж представлен в масштабе 1 : 500 натуральной величины. Черт. 279 показывает уменьшение рисунка на

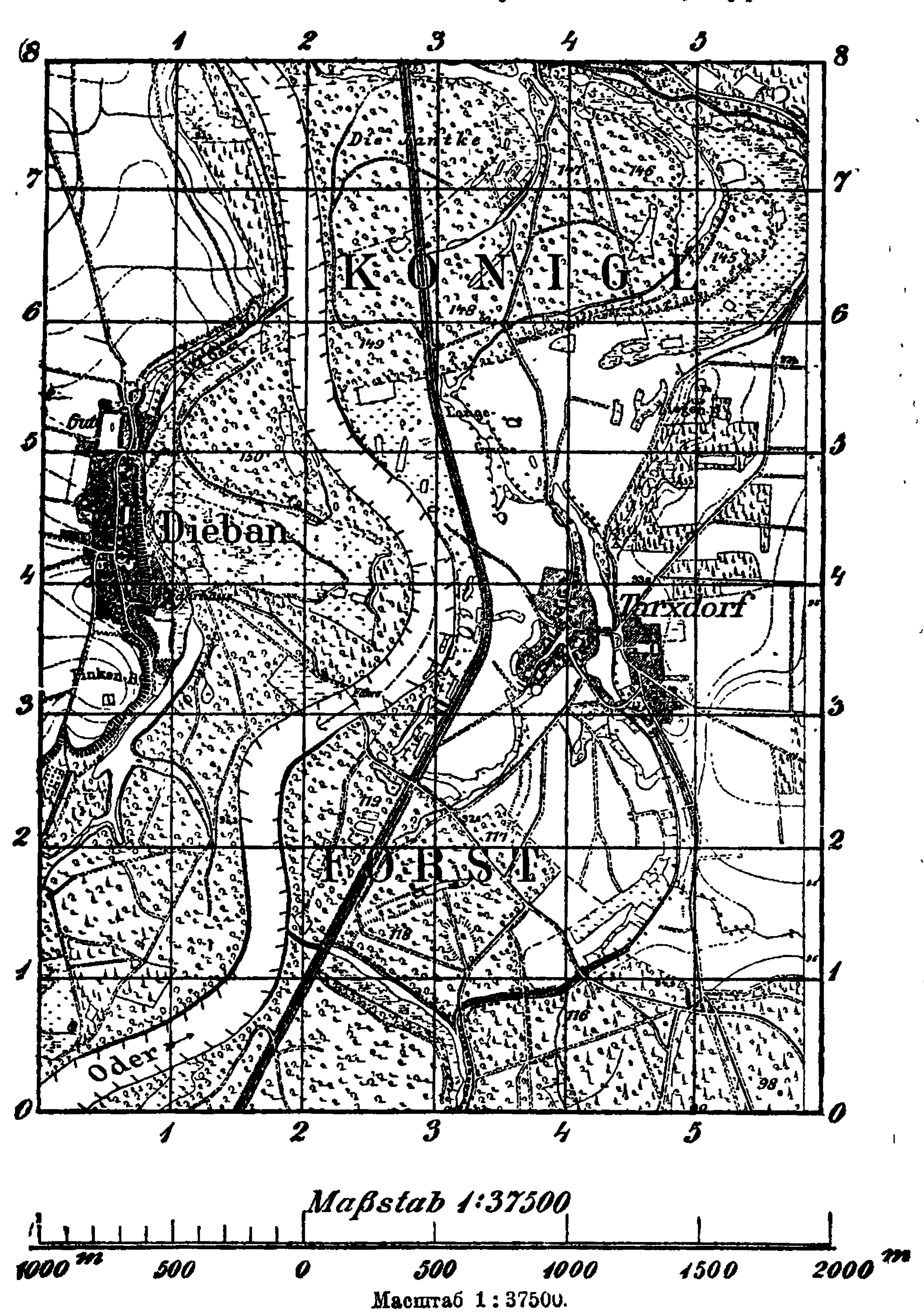
черт. 278 в масштабе $1:666^2/_3$. Все длины черт. 278 нанесены на соответствующих линиях черт. 279 в масштабе $1:666^2/_3$.

Уменьшение или увеличение можно произвести также с помощью диаграммы (см. черт. 283). Если отношение уменьшения к оригиналу задано, напр. 5:8, то мы проводим (см. черт. 283) из произвольной точки a луч $a0$, восставляем в 0 перпендикуляр к $a0$и отклады-



Черт. 281. Черт 283.

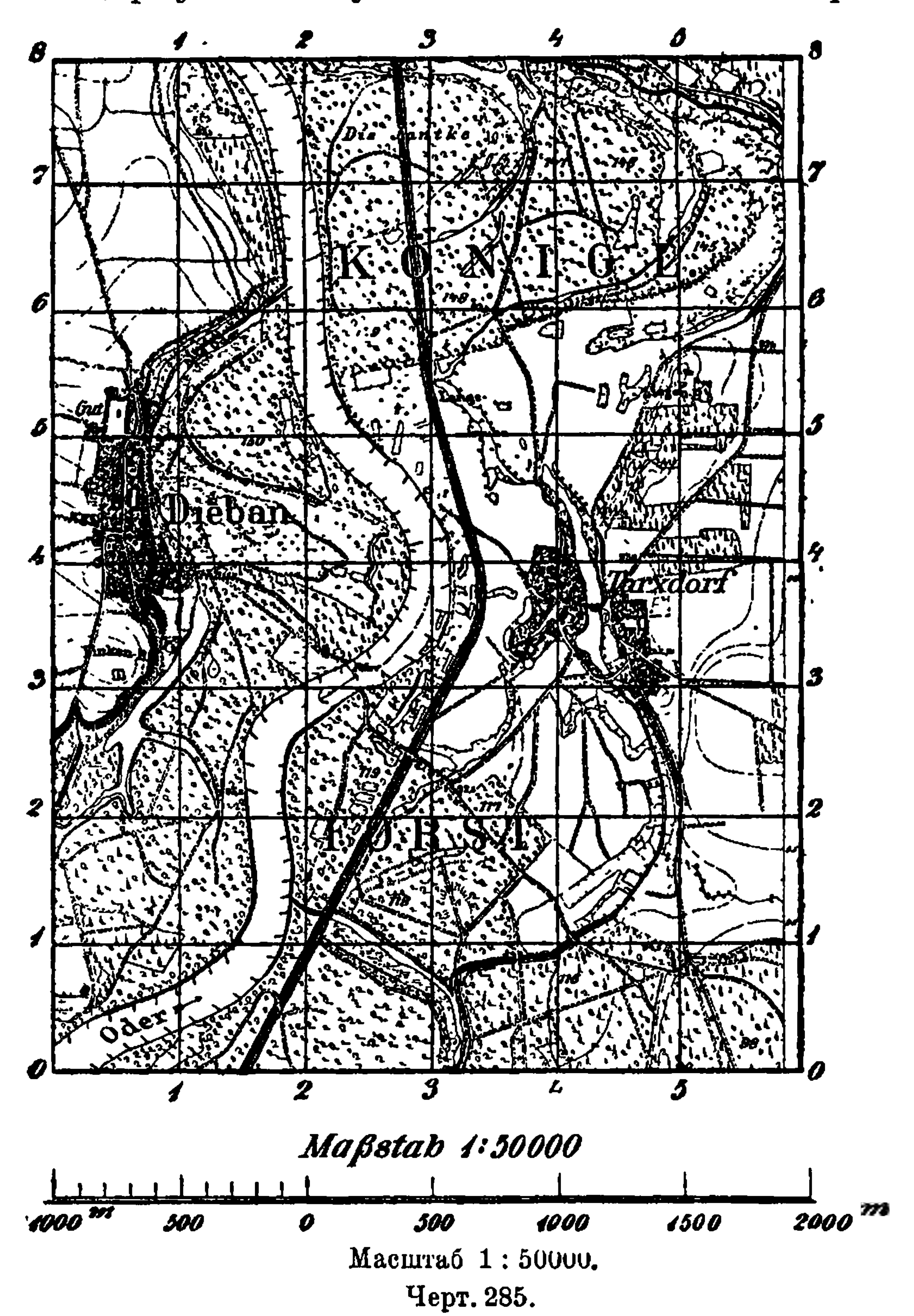
ваем на нем $05 = 5$ и $08 = 8$ единицам, проводим затем линии $a5$, $a8$. Если черт. 281 есть оригинал, то мы проводим на нем произвольную прямую GG, как ось абсцисс, которой в уменьшенной фигуре (см. черт. 282) должна соответствовать прямая G_1G_1. Из вершин оригинальной фигуры опускаются перпендикуляры на ось G, напр. через h перпендикуляр hh_1. Отрезки Gh_1 и h_1h — координаты точки h, нужно уменьшить в отношении 5:8 и отложить на черт. 282; это производится таким образом, что длину Gh_1 берут циркулем и передвигают циркуль так, чтобы одна ножка его оставалась на луче $a0$ (см. черт. 283), а другая распола-



Масштаб 1 : 37500.

Черт. 284.

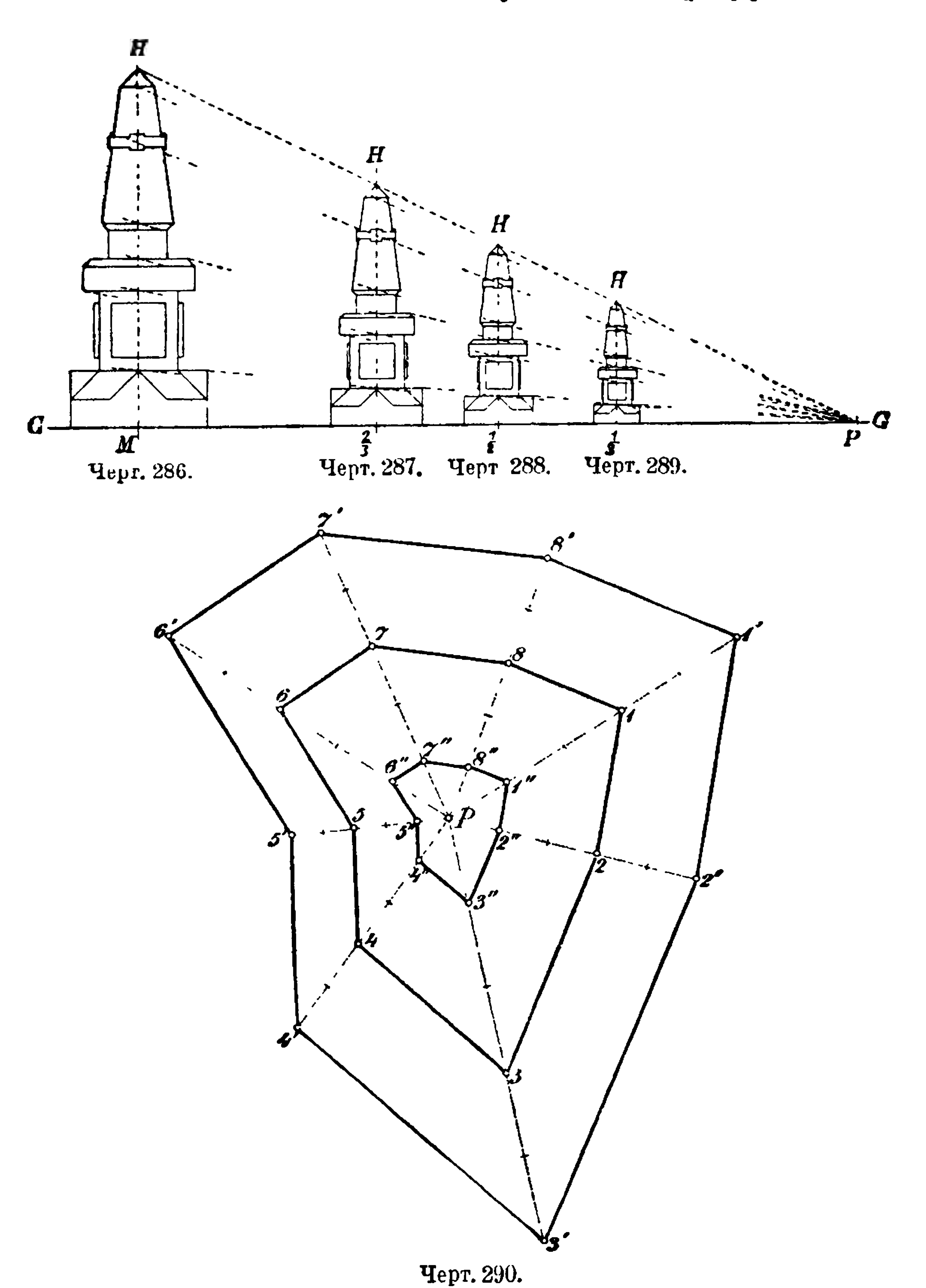
гается на луче $a8$ в таком соответствии, когда обе ножки циркуля окажутся на одной и той же параллели



Масштаб 1 : 50000.

Черт. 285.

к 08. Если это положение циркуля найдено, то одну ножку циркуля на $a0$ неподвижно удерживают, а другую переносят на луч $a5$, так что обе ножки снова



Черт. 286. Черт. 287. Черт 288. Черт. 289.

Черт. 290.

стоят на одной параллели к 08. Найденный так отрезок переносят на черт. 282 от G_1 на G_1h_1. С отрезком hh_1 (см. черт. 281) поступают таким же образом и получают отрезок h_1h_1 (см. черт. 283), который нужно отложить на черт. 282. Совершенно так же ведут построение координат каждой тóчки оригинала.

Увеличение и уменьшение фигуры можно произвести также с помощью сетки квадратов, которую разбивают на оригинале и соответственно на уменьшаемой копии. Если, напр., черт. 284 есть оригинал, который нужно уменьшить в отношении 3:2, то его снабжают сеткой квадратов, и так же наносят есть квадратов (см. черт. 285) на копии, но таким образом, чтобы их стороны составляли только $\frac{2}{3}$ сторон квадратов черт. 284. Затем чертят точки, расположенные внутри какого-либо квадрата оригинальной фигуры (черт. 284), в соответствующем квадрате черт. 285, причем положение отдельных точек по отношению к сторонам квадрата определяют на глаз.

Простой прием для уменьшения или увеличения фигуры состоит в принятии произвольной точки P за полюс с проведением лучей к этому полюсу от точек оригинала. Если протяжения этих лучей от точки P сокращаются или удлиняются в заданном отношении, то соединение отдельных точек в той же последовательности, как на оригинале, дает искомое увеличение или уменьшение фигуры оригинала. Черт. 290 показывает этот способ. Полигон *1 2 3 4 5 6 7 8* представляет оригинал. Фигура $1''\ldots8''$ есть уменьшение в отношении 1:3. Фигура $1'\ldots8'$ — увеличение в отношении 5:3. Полюсом является точка P.

Подобным же образом на черт. 287—289 представлено уменьшение оригинальной фигуры 286. За полюс принята точка P.

